

УДК 517.926+517.977

© С. Н. Попова

УПРАВЛЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИМИ ИНВАРИАНТАМИ СИСТЕМ С ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ¹

Для линейной равномерно вполне управляемой системы с почти периодическими коэффициентами установлена глобальная управляемость полной совокупности ляпуновских инвариантов.

Ключевые слова: линейная управляемая система, почти периодичность, асимптотические инварианты.

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

с почти периодическими по Бору коэффициентами $A(\cdot)$ и $B(\cdot)$. Пусть управление $u(\cdot)$ в системе (1) формируется по принципу линейной обратной связи $u = U(t)x$, где $U(\cdot)$ — кусочно-непрерывная и ограниченная на \mathbb{R} матричная $m \times n$ -функция: $U(\cdot) \in KC_{mn}(\mathbb{R})$. Тогда получаем замкнутую систему вида

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

Система (2) при произвольной функции $U(\cdot) \in KC_{mn}(\mathbb{R})$ принадлежит множеству \mathcal{M}_n линейных однородных дифференциальных систем с кусочно непрерывными и ограниченными на \mathbb{R} коэффициентами, поэтому для нее определены всевозможные инварианты преобразований Ляпунова, то есть величины (свойства) линейных однородных систем, которые не меняются под действием группы преобразований Ляпунова. Зафиксируем какой-либо ляпуновский инвариант ι , то есть отображение $\iota : \mathcal{M}_n \rightarrow \mathfrak{X}_\iota$, где \mathfrak{X}_ι — некоторое множество. Всякую систему $\dot{x} = F(t)x$, $x \in \mathbb{R}^n$, $t \in \mathbb{R}$, принадлежащую множеству \mathcal{M}_n , будем отождествлять с ее матрицей коэффициентов $F(\cdot)$. Обозначим через $\iota(F)$ значение инварианта ι системы $F(\cdot) \in \mathcal{M}_n$. Пусть $\iota(\mathcal{M}_n)$ — множество значений инварианта ι , то есть $\iota(\mathcal{M}_n) \doteq \{\hat{\iota} \in \mathfrak{X}_\iota \mid \exists F(\cdot) \in \mathcal{M}_n : \iota(F) = \hat{\iota}\}$.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 06-01-000258).

Рассматривая матрицу $U(\cdot) \in KC_{mn}(\mathbb{R})$ в системе (2) как управляющее воздействие, поставим задачу об управлении асимптотическими инвариантами. Множеством допустимых управлений для системы (2) называем множество $KC_{mn}(\mathbb{R})$.

О п р е д е л е н и е [1]. Система (2) обладает свойством: *глобальной управляемости ляпуновского инварианта* ι , если для каждого $\hat{\iota} \in \iota(\mathcal{M}_n)$ найдется такое допустимое управление $U(\cdot)$, что $\iota(A+BU) = \hat{\iota}$; *глобальной управляемости полной совокупности асимптотических инвариантов*, если для произвольной системы $F(\cdot) \in \mathcal{M}_n$ существует такое допустимое управление $U(\cdot)$, что система (2) при $U = U(\cdot)$ асимптотически эквивалентна системе $F(\cdot)$.

Очевидно, что если система (2) обладает свойством глобальной управляемости полной совокупности асимптотических инвариантов, то для нее всякий асимптотический инвариант глобально управляем.

Теорема 1. *Если (1) — равномерно вполне управляемая система с почти периодическими по Бору коэффициентами, то соответствующая система (2) обладает свойством глобальной управляемости полной совокупности асимптотических инвариантов.*

* * *

1. Макаров Е. К., Попова С. Н. О глобальной управляемости полной совокупности ляпуновских инвариантов двумерных линейных систем // Дифференц. уравнения. 1999. Т. 35, № 1. С. 97–106.

Поступила в редакцию 15.02.08

S. N. Popova

Control over asymptotic invariants for the systems with almost periodic coefficients

The global controllability over total collection of Lyapunov invariants has been proved for the linear uniformly completely controllable system with almost periodic coefficients.

Попова Светлана Николаевна
 ГОУВПО «Удмуртский
 государственный университет»
 426034, Россия, г. Ижевск,
 ул. Университетская, 1 (корп. 4)
 E-mail: ps@uni.udm.ru