

УДК 532.329:532.2.532

© М. Н. Галимзянов

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН СЖАТИЯ В ПУЗЫРЬКОВЫХ ЗОНАХ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ ¹

Изучаются некоторые особенности динамики нелинейных двумерных волн давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны конечных размеров. Задача рассматривается с учетом двумерных эффектов. Представлены результаты воздействий волновых импульсов на твердую стенку, частично покрытую пузырьковой завесой.

Ключевые слова: волна давления, пузырьковая жидкость, пузырьковая область.

Введение

Значительный интерес исследователей к проблемам и задачам механики пузырьковых сред обусловлен широким распространением таких систем в природе и их интенсивным использованием в современной технике. При этом наиболее интересными и важными являются процессы, носящие нестационарный характер.

Пузырьковые жидкости являются жидкостями с особыми свойствами. При небольших по объему добавках пузырьков среда приобретает высокую сжимаемость, сохраняя при этом плотность, близкую к плотности жидкости, что приводит к нелинейности среды. Кроме того, пузырьковые среды, главным образом из-за проявления межфазного теплообмена, обладают сильными диссипативными свойствами. Совокупное взаимодействие нелинейных, диссипативных и дисперсионных эффектов приводит к существенным особенностям распространения возмущений в пузырьковых средах.

Хотя к настоящему времени динамика одномерных волн давления в пузырьковой жидкости, являющейся системой с уникальными волновыми свойствами, теоретически ([1]–[7]) и экспериментально ([8]–[16]) подробно изучены, тем не менее интерес к этим явлениям не спадает. Одним из малоисследованных направлений является динамика волн с учетом двумерных эффектов. Наиболее простым примером системы, для которой необходимо учесть многомерность, является жидкость, в которой находится пузырьковая зона конечных размеров.

В данной работе рассмотрена ситуация, когда эволюция импульсного давления в жидкости с пузырьками сопровождается одновременно двумерными и нелинейными эффектами. Рассмотрено действие волновых импульсов на твердую стенку, покрытую пузырьковой завесой конечных размеров.

§ 1. Постановка задачи

Пусть в области, заполненной жидкостью, находится пузырьковая зона, ограниченная в общем случае цилиндрической поверхностью, образующая которой параллельна оси z (продольные размеры зоны значительно больше, чем поперечные размеры) (рис.1а). Рассмотрим двумерные волновые возмущения. Такие возмущения могут возникнуть, например, под действием плоского удара по жидкости, в которой находится пузырьковая зона конечных размеров, или воздействием на систему граничным давлением, неоднородным по координате y ($p = p^0(t, y)$ при $x = x_0$).

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Гранта Российского фонда фундаментальных исследований (08-01-97033), Программы фонда фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН (ОЕ-15) и Программы фонда фундаментальных исследований Президиума РАН (П-17).

На основе общепринятых для пузырьковых жидкостей допущений примем систему макро-скопических уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в односко-ростном приближении [5]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0 \quad (i = l, g), \quad \frac{dn}{dt} + n \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0, \\ \rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial x} &= 0, \quad \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial y} = 0, \quad \frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a_0} q, \\ w &= \frac{da}{dt} \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right), \\ \alpha_l + \alpha_g &= 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3} \pi a^3 n, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \rho = \rho_g + \rho_l, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где a — радиус пузырьков, γ — показатель адиабаты для газа, p_i — давления фаз, ρ_i^0 — истинные плотности фаз, α_i — объемные содержания фаз, q — интенсивность теплообмена, n — число пузырьков в единице объема, w — радиальная скорость пузырьков. Скорости u и v соответствуют движению по координатам x и y . Нижними индексами $i = l, g$ отмечены параметры жидкой и газовой фаз.

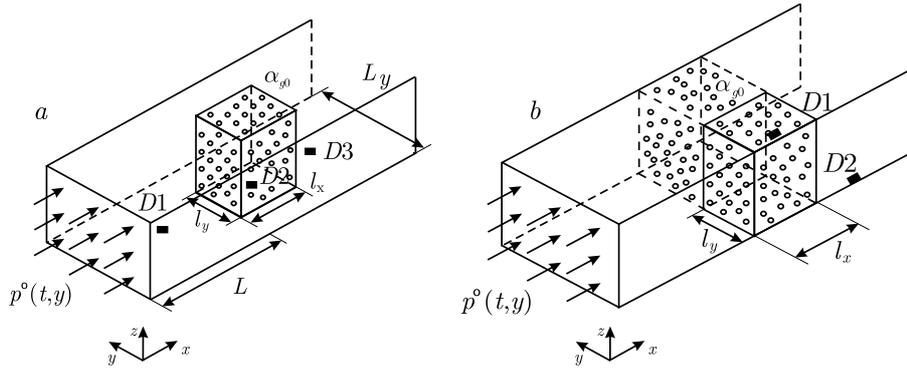


Рис. 1. Схематическое изображение расчетной области в пространстве. Здесь l_x, l_y — характерные линейные размеры пузырьковой зоны. L — расстояние по оси $0x$, на котором формируется импульс, L_y — ширина канала. Обозначены датчики давления $D1, D2, D3$

При описании радиального движения в соответствии с уточнением, предложенным в [6], будем полагать, что $w = w_R + w_A$, где w_R описывается уравнением Рэлея–Ламба, а w_A определяется из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении:

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4\nu_l \frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \quad (1.2)$$

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \quad (1.3)$$

где ν_l — вязкость жидкости, C_l — скорость звука в жидкости ($C_l = 1500$ м/с).

Будем полагать, что жидкость является акустически сжимаемой, а газ калорически совершенным:

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 R T_g, \quad (1.4)$$

где R — газовая постоянная. Здесь и в дальнейшем индексами 0 внизу снабжены параметры, относящиеся к начальному невозмущенному состоянию.

Тепловой поток q задается приближенным конечным соотношением [5]

$$q = \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^3, \quad (1.5)$$

$$\text{Nu} = \sqrt{\text{Pe}}, \quad \text{Pe} \geq 100, \quad \text{Nu} = 10, \quad \text{Pe} < 100,$$

$$\text{Pe} = 12(\gamma - 1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a|w|}{\kappa_g}, \quad \kappa_g = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_g^0},$$

где $T_0 = \text{const}$ — температура жидкости, λ_g , c_g — теплопроводность и теплоемкость газа, Nu , Pe — числа Нуссельта и Пекле. Для описанной выше пузырьковой жидкости известны частота колебаний пузырьков и равновесная скорость звука:

$$\omega_M = \frac{1}{a_0} \cdot \sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_{l0}^0}}, \quad C = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\alpha_{g0} \rho_{l0}^0}}.$$

Принятая система уравнений позволяет адекватно описывать динамику волн с достаточно «крутыми» участками, когда сжатие пузырьков определяется не только эффектами радиальной инерции несущей жидкости, но и акустической разгрузкой на пузырьках и, следовательно, сжимаемостью жидкости. Кроме того, из этой математической модели в частном случае при $\alpha_g = 0$ следует волновое уравнение для акустически сжимаемой жидкости. При исследовании взаимодействия волн в «чистой» жидкости с пузырьковой зоной это обстоятельство, в свою очередь, позволяет использовать сквозные методы расчета.

§ 2. Метод численного расчета

Для численного анализа задачи об эволюции волн в жидкости при наличии в ней пузырьковой области удобнее пользоваться системой уравнений, приведенной выше, записанной в лагранжевых переменных. Это, в частности, связано с тем, что в лагранжевых координатах пузырьковая область неподвижна. Из уравнений (1.1) после преобразований можно получить следующую систему в лагранжевых переменных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho J} \left(\frac{\partial p_l}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial p_l}{\partial y_0} \frac{\partial x}{\partial x_0} \right), \quad \frac{\partial x}{\partial t} = u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho J} \left(\frac{\partial p_l}{\partial y_0} \frac{\partial x}{\partial x_0} - \frac{\partial p_l}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} \right), \quad \frac{\partial y}{\partial t} = v, \\ \frac{\partial p_l}{\partial t} &= \frac{C_l^2 \rho_l^0}{1 - \alpha_g} \left[\frac{3\alpha_g}{a} w + \left(\frac{\alpha_g}{J} + \frac{\rho_{l0}}{J^2 \rho_l^0} \right) \frac{\partial J}{\partial t} \right], \\ \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} &= \frac{3\alpha_g}{a} w - \frac{\alpha_g}{J} \frac{\partial J}{\partial t}, \quad \frac{\partial p_g}{\partial t} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a} q, \\ \frac{\partial a}{\partial t} &= w = w_R + w_A, \\ \frac{\partial w_R}{\partial t} &= \left[\frac{p_g - p_l}{\rho_l^0} - \frac{3}{2} w_R^2 - 4\nu_l \frac{w_R}{a} \right] \frac{1}{a}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\left(J = \frac{\partial x}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0} \frac{\partial y}{\partial x_0}, \quad \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial u}{\partial y_0} \frac{\partial x}{\partial x_0} + \frac{\partial x}{\partial x_0} \frac{\partial v}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0} \frac{\partial v}{\partial x_0} \right),$$

где x_0 и y_0 — лагранжевые переменные, в качестве которых берутся начальные эйлеровы координаты, J — якобиан перехода от лагранжевых к эйлеровым переменным [17].

Система (2.1) решается численно по явной схеме. При этом не требуется вводить искусственную вязкость, поскольку приведенные уравнения из-за учета межфазного теплообмена и акустической разгрузки являются системой с естественной диссипацией [17].

Приведем принцип построения разностной схемы, которая принята для решения данной задачи. Для аппроксимации дифференциальных уравнений используем равномерную шахматную сетку:

$$\begin{aligned} & (x_{0i}, y_{0j}, t_k), (x_{0i+1/2}, y_{0j+1/2}, t_k), \\ & x_{0i+1} = x_{0i} + h_{x_0}, \quad x_{0i+1/2} = x_{0i} + 0,5h_{x_0}, \quad i = 0, 1, \dots, N_1 - 1, \\ & y_{0j+1} = y_{0j} + h_{y_0}, \quad y_{0j+1/2} = y_{0j} + 0,5h_{y_0}, \quad j = 0, 1, \dots, N_2 - 1, \\ & x_{00} = 0, \quad x_{0N_1} = M_1, \\ & y_{00} = 0, \quad y_{0N_2} = M_2, \\ & t_{k+1} = t_k + \tau, \quad t_k = k\tau, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

где h_{x_0} , h_{y_0} и τ — соответственно шаги по координатам X, Y и времени. К узлам сетки (x_{0i}, y_{0j}, t_k) будем относить сеточные функции скоростей u_{ij}^k , v_{ij}^k и эйлеровых переменных x_{ij}^k и y_{ij}^k , к «полуцелым» точкам $(x_{0i+1/2}, y_{0j+1/2}, t_k)$ — сеточные функции всех остальных параметров. Такая аппроксимация обеспечивает устойчивость решения волновых задач в однофазных системах (жидкостях и газах) конечно-разностным методом [17].

§ 3. Результаты численных расчетов

На рис. 2 и 3 иллюстрируются эффекты нелинейности и двумерности при эволюции волнового импульса, заданного в виде

$$p^0(t, y) = p_0 + \Delta p_0 \exp[\psi(t_*)], \quad \psi(t_*) = -\left(\frac{t - t_*/2}{t_0}\right)^2, \quad (3.1)$$

где p_0 — первоначальное давление (во всех расчетах $p_0 = 0.1$ МПа), Δp_0 — амплитуда импульса, t_* — протяженность импульса, t_0 — параметр, определяющий характерную ширину первоначального импульса. Импульс действует через границу $x_0 = 0$ и распространяется в полубесконечном канале, наполненном водой, при наличии на боковой границе расчетной области зоны конечных размеров, заполненной водовоздушной смесью (рис. 1 б).

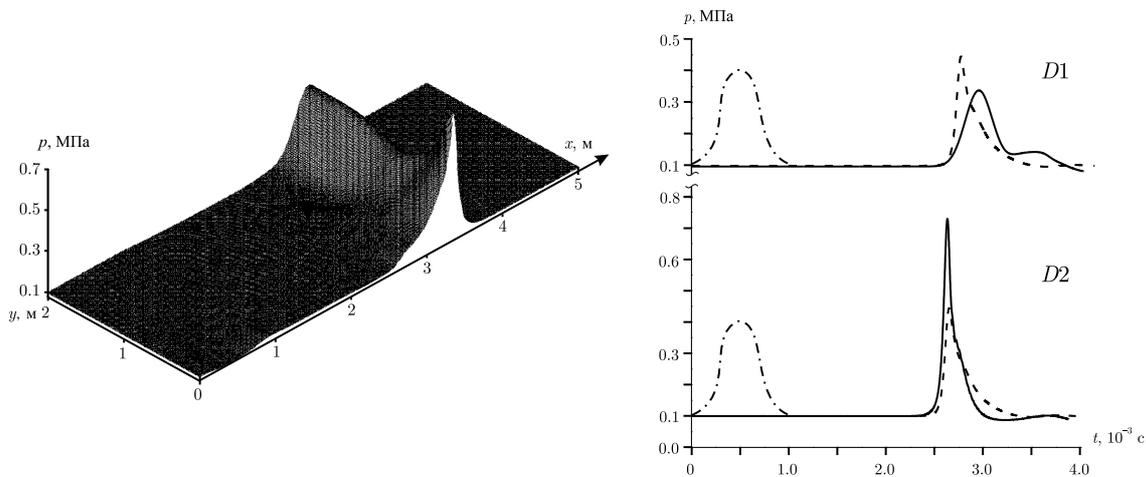


Рис. 2. Воздействие импульсом давления на пузырьковую область конечных размеров (сравнение одномерного и двумерных случаев). Представлены: слева объемная картина, а справа — расчетные осциллограммы для датчиков D1 и D2 ($\Delta p_0 = 0.3$ МПа)

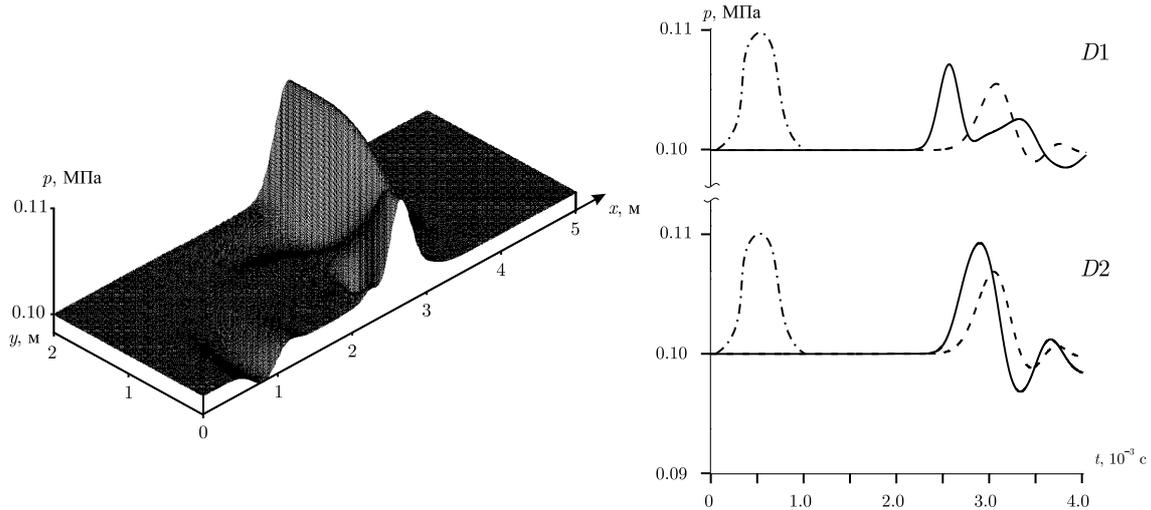


Рис. 3. Воздействие импульсом давления на пузырьковую область конечных размеров (сравнение одномерного и двумерных случаев). Представлены: слева объемная картина, а справа — расчетные осциллограммы для датчиков *D1* и *D2* ($\Delta p_0 = 0.01$ МПа)

В численных расчетах параметры импульса и системы следующие: $\alpha_{g0} = 10^{-4}$, $a_0 = 10^{-3}$ м, $L_x = 5$ м, $L_y = 2$ м $p_0 = 0.1$ МПа, $t_* = 10^{-3}$ с, $\rho_{l0}^0 = 10^3$ кг/м³, $T_0 = 300$ К, $c_g = 1006$ Дж/К*кг, $\lambda_g = 2.6 \cdot 10^{-2}$ Дж/К*с*м. Датчик *D1* расположен на расстоянии 0.1 м от задней границы завесы и имеет координаты $x_0 = 3.1$ м, $y_0 = 1.5$ м. Датчик *D2* расположен на боковой границе расчетной области и имеет соответственно координаты $x_0 = 3.1$ м, $y_0 = 0$.

Расчетная область взята достаточно большой, чтобы вторичные сигналы, образованные отражением от стенок области, в период взаимодействия волнового импульса с завесой, не сказывались. На рис. 2 представлены распределение давления в момент $t = 3$ мс и показания датчиков *D1* и *D2* (расположение датчиков представлено на рис. 2 б). Сплошная и пунктирные линии в показаниях датчиков *D1* и *D2* соответствуют случаям завесы конечных размеров ($l_x = 1$ м, $l_y = 0.5$ м) и случаю, когда пузырьковая завеса полностью заполняет канал в поперечном направлении ($l_x = 1$ м, $l_y = 2$ м). Штрихпунктирная линия на рис. 2 и 3 соответствует первоначальному импульсу. Схематическая иллюстрация для обоих случаев представлено на рис. 1 б.

В [7] для одномерного случая установлено, что при прохождении нелинейного импульсного сигнала через пузырьковую завесу с достаточно малым объемным содержанием газа ($\alpha_{g0} = 10^{-4}$) и с пузырьками, периоды радиальных пульсации которых не превышают протяженность импульса ($t_* \geq 2\pi\omega_M^{-1}$), в зависимости от амплитуды сигнала может происходить нарастание или уменьшение амплитуды исходного импульса. Этот эффект иллюстрируют штриховые линии на рис. 2 и 3. Из рис. 2 (штриховые линии) видно, что происходит «укручение» первоначального импульса и нарастание его амплитуды на 0.05 МПа. Из рис. 3 (штриховые линии) следует, что из-за малости амплитуды первоначального импульса при прохождении через завесу происходит уменьшение амплитуды первоначального импульса.

Сплошные линии для датчиков *D1* и *D2* на рис. 2 и 3 показывают динамику сигнала для случая завесы конечных размеров. Из рис. 2 (сплошные линии) видно, что на датчик *D2*, расположенный на боковой границе за завесой, действует импульс, в два раза превышающий по амплитуде первоначальный. Этот эффект является следствием следующих факторов: у той части импульса, которая движется в завесе, из-за нелинейных эффектов [18] происходит нарастание амплитуды, и эта часть отстает от участка волны, которая, двигаясь по «чистой» жидкости проходит зону, не заполненную пузырьковой завесой, и начинает распространяться по направлению к границе $y_0 = 0$. Это видно из показаний датчика *D1* на рис. 2 и 3,

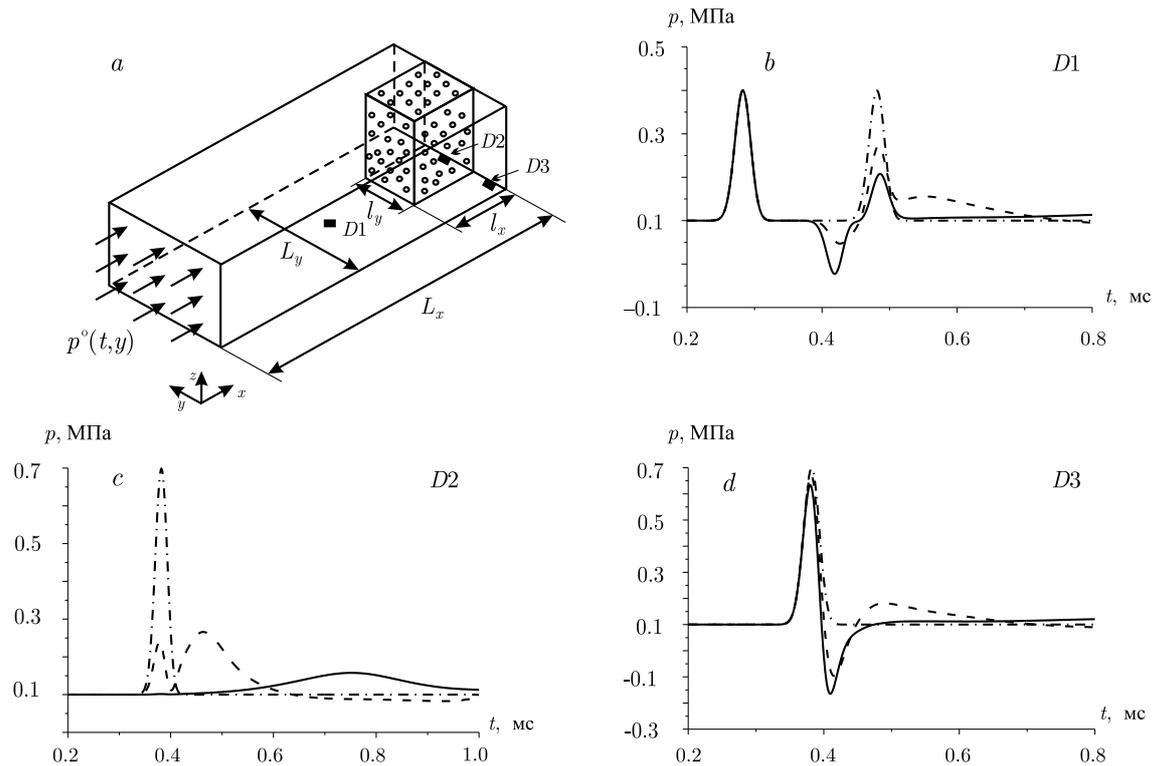


Рис. 4. Фронтальное воздействие импульсного сигнала на стенку, частично покрытую пузырьковой завесой ($\Delta p_0 = 0.03$ МПа, $t_* = 10^{-4}$ с)

амплитуда давления из-за движения по направлению к границе $y_0 = 0$ меньше амплитуды первоначального импульса. Далее происходит «слияние» двух амплитуд — амплитуды части импульса, вышедшей из завесы, и амплитуды части импульса, которая распространяется к границе $y_0 = 0$. Таким образом, получившаяся амплитуда, регистрируемая датчиком $D2$, превышает амплитуду первоначального сигнала. Проявление этих эффектов видно и из рис. 3, в этом случае амплитуда давления, регистрируемая датчиком $D2$, хотя и меньше амплитуды первоначального сигнала, но превышает амплитуду прошедшего сигнала, реализуемого в одномерном случае.

Рассмотрим фронтальное воздействие импульсного сигнала на стенку, частично покрытую пузырьковой завесой (рис. 4а). Будем полагать, что завеса расположена в середине рассматриваемого участка стенки, а датчики расположены, как показано на рис. 4а. Параметры расчетной области для данного случая следующие: $l_x = l_y = 0.05$ м, $L_x = 0.5$ м, $L_y = 0.95$ м. Остальные параметры такие же, как для рис. 2. Датчик $D1$ расположен перед пузырьковой завесой на расстоянии 0.1 м и имеет координаты $x_0 = 0.35$ м, $y_0 = 0.475$ м, датчик $D2$ расположен на стенке за завесой и имеет координаты $x_0 = 0.5$ м, $y_0 = 0.475$ м, датчик $D3$ также расположен на стенке (но вне участка, покрытого завесой) на расстоянии 0.05 м от боковой границы пузырьковой зоны и имеет координаты $x_0 = 0.5$ м, $y_0 = 0.4$ м. Штрихпунктирная линия соответствует случаю отсутствия перед стенкой завесы. Сплошная и пунктирные линии в показаниях датчиков соответствуют объемному содержанию газа в завесе $\alpha_{g0} = 10^{-2}$ и 10^{-3} .

Из показаний датчиков видно, что датчик $D1$ фиксирует первоначальный импульс (обращенный вверх), сигнал, отраженный от завесы (волну разряжения, обращенную вниз), и сигнал, отраженный от твердой стенки (волну сжатия). Из показаний датчика $D2$ следует, что пузырьковая завеса конечных размеров в зависимости от объемного содержания газа существенно уменьшает амплитуду воздействия на стенку волнового импульса. Из осциллограмм

следует, что импульс, первоначально имевший амплитуду 0.3 МПа, пройдя через завесу с объемным содержанием $\alpha_{g0} = 10^{-2}$ или 10^{-3} , воздействует на стенку с амплитудой 0.05 МПа или 0.2 МПа соответственно, в случае отсутствия завесы на стенку воздействует сигнал амплитудой около 0.6 МПа. При этом необходимо отметить, что в случае наличия завесы увеличивается время воздействия на стенку. Датчик *D3* фиксирует падающий сигнал (обращенный вверх) и сигнал, отраженный от границы завесы (волна разряжения, обращенная вниз). Из показаний этого датчика следует, что в случае воздействия импульса конечной длительности для точек жесткой стенки наличие на некотором расстоянии пузырьковой зоны, во-первых, уменьшает амплитуду воздействия импульсного сигнала на 0.1 МПа, во-вторых, эти точки «чувствуют» волну разряжения, которая в зависимости от длительности и амплитуды может вызвать откольные разрушения стенки.

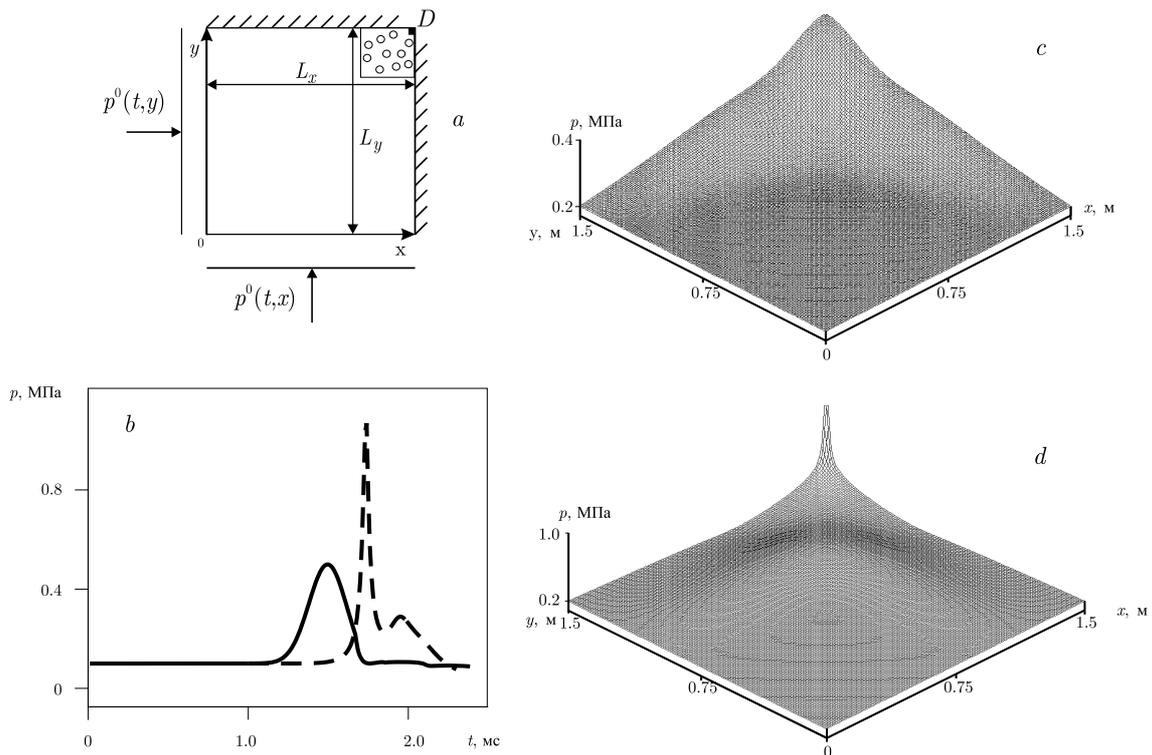


Рис. 5. Эволюция двух волновых импульсов, воздействующих через смежные лагранжевые границы $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$ (случай углового расположения пузырьковой завесы)

На рис. 5 представлены результаты численного эксперимента по эволюции двух волновых импульсов колоколообразной формы, воздействующих через смежные лагранжевые границы $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$, заданных в виде (рис. 5 а):

$$p^0(t, y) = p^0(t, x) = p_0 + \Delta p_0 \exp[\psi(t_*)], \quad \psi(t_*) = - \left(\frac{t - t_*/2}{t_0} \right)^2. \quad (3.2)$$

Параметры импульсов и системы следующие: $\Delta p_0 = 0.1$ МПа, $t_* = 10^{-3}$ с, $L_x = L_y = 1.5$ м. Остальные параметры такие же, как на рис. 2. Рис. 5 b иллюстрирует показания датчика, находящегося на самом углу расчетной области и имеющего координаты $x_0 = 1.5$ м, $y_0 = 1.5$ м. Пунктирная линия соответствует случаю, когда в углу расчетной области расположена зона размерами $l_x = l_y = 0.05$ м, заполненная водовоздушной смесью с объемным содержанием $\alpha_{g0} = 10^{-2}$ с радиусом пузырьков $a_0 = 10^{-3}$ м, а сплошная линия на этом рисунке соответствует случаю, когда нет завесы.

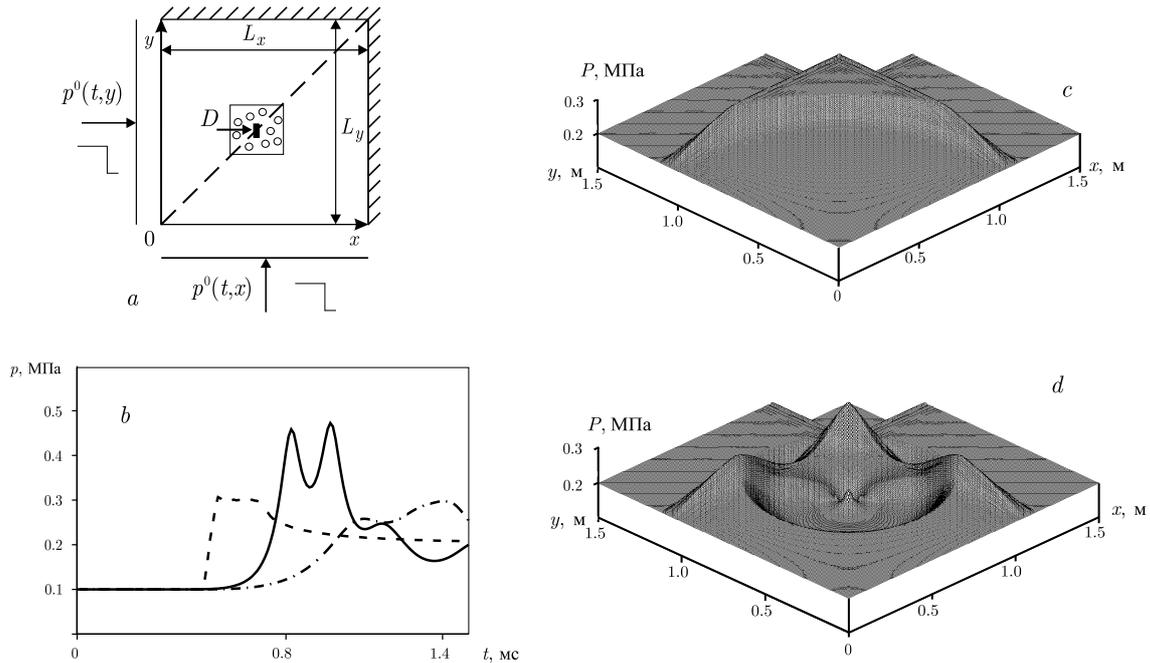


Рис. 6. Эволюция двух волновых импульсов, воздействующих через смежные лагранжевые границы $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$ (случай расположения пузырьковой завесы в центре расчетной области).

При воздействии таких импульсов максимальное значение давления 0.2 МПа распространяется по диагонали расчетной области. Известно [19], что если пространственная протяженность импульса $\delta t_* \cdot C$ больше, чем размеры завесы l_x , то внутри завесы могут возникнуть башнеобразные распределения давления, превышающие по амплитуде первоначальный импульс. Именно такую ситуацию и иллюстрирует пунктирная линия на рис. 5 *b*. Из анализа пунктирной линии следует, что в случае наличия завесы максимальное значение амплитуды давления, реализованное как сумма двух амплитуд, проходя через завесу, из-за двумерных эффектов еще увеличивает свою амплитуду [7] и «бьет» в угол расчетной области. Видно, что амплитуда воздействия в этом случае более чем в два раза превышает амплитуду, с которой воздействует импульс в случае отсутствия завесы, и достигает 1 МПа. Рис. 5 *c* и *d* показывают распределения давления, соответствующие моменту $t = 1.5$ мс, когда импульс воздействует на стенку в случае отсутствия завесы (рис. 5 *c*) и моменту $t = 1.74$ мс при наличии завесы (рис. 5 *d*).

Рис. 6 иллюстрирует случай распространения волн давления, возникших из-за мгновенного повышения давления на границах $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$, граничные условия при этом имеют вид:

$$p^0(t, y) = p^0(t, x) = p_0 + \Delta p_0. \quad (3.3)$$

В этом случае рассматривается эволюция волн в квадратной области ($L_x = L_y = 1.5$ м), наполненной водой, при наличии в середине области квадратной зоны ($l_x = l_y = 0.05$ м), заполненной водовоздушной смесью (рис. 6 *a*). Остальные параметры такие же, как для рис. 5. Осциллограммы на рис. 6 *b* соответствуют показаниям датчика, расположенного в середине пузырьковой зоны. Сплошная и пунктирная линии соответствуют случаям, когда волны давления распространяются в области при наличии и при отсутствии пузырьковой зоны. Штрихпунктирная линия соответствует показанию датчика, находящегося в середине пузырьковой зоны, но в случае, когда волна возникает из-за повышения давления только на границе $x_0 = 0$. Распределения давления в случаях наличия и отсутствия завесы в области представлены на рис. 6 *c* и рис. 6 *d* ($t = 0.8$ мс) соответственно.

Как видно из рис. 6 *b* (пунктирная линия), при распространении волн давления, возникших из-за мгновенного повышения и поддержания давления в 0.1 МПа в двух смежных границах

$x_0 = 0$ и $y_0 = 0$, максимальное значение давления 0.3 МПа распространяется по диагонали расчетной области. Датчик, находящийся в середине расчетной области, фиксирует повышение давления до 0.3 МПа, такое давление поддерживается некоторое время, и так как на границе поддерживаемое давление равно 0.2 МПа, суммарное давление опускается до этого уровня.

Рассмотрим реализацию такой волновой картины более подробно. При мгновенном повышении давления с 0.1 МПа до 0.2 МПа на границах $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$ начинают распространяться волны по направлению к границам $x_0 = L_x$ и $y_0 = L_y$, суммарная амплитуда этих волн, реализовавшись почти мгновенно, достигает 0.3 МПа. Но одновременно с этим с места слияния двух амплитуд будут распространяться волны сжатия к границам $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$, отражаясь от этих границ как от свободной поверхности; эти вторичные волны «опускают» суммарную амплитуду 0.3 МПа до 0.2 МПа. В случае когда в середине канала есть пузырьковая зона датчик находящийся в середине такой зоны, фиксирует всплески давления, превышающие по амплитуде почти в два раза давление, которое возникает при прохождении волны в случае отсутствия пузырьковой зоны. При этом за всплеском давления фиксируется волна разрежения. Когда волна распространяется только от границы $x_0 = 0$, и при этом в середине области присутствует завеса (штрихпунктирная линия на рис. 6 б), датчик внутри завесы чувствует амплитуду давления, одинаковую с амплитудой, реализуемой для случая двух смежных волн без присутствия пузырьковой завесы.

§ 4. Заключение

В результате исследований установлено, что при распространении импульса конечной длительности в жидкости, содержащей пузырьковую зону конечных размеров, в зависимости от параметров импульса и пузырьковой зоны частицы жидкости, находящиеся за пузырьковой зоной, из-за проявления двумерных и нелинейных эффектов могут «почувствовать» большие амплитуды давления, чем амплитуда первоначального импульса.

Когда по твердой стенке, имеющей пристенную пузырьковую завесу конечных размеров, «бьет» волновой импульс, завеса, в зависимости от параметров (размеров пузырьковой зоны, объемного содержания газа в завесе, радиуса пузырьков), может существенно уменьшить или увеличить воздействие импульсного сигнала. Пристенная пузырьковая зона влияет и на участки, которые находятся на некотором расстоянии от завесы.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю д. ф.-м. н., профессору Владиславу Шайхулагзамовичу Шагапову и д. ф.-м. н. Ильясу Кадировичу Гималтдинову за полезные замечания и постоянный интерес к исследовательской работе автора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Batchelor G.K. Compression waves in a suspension of a gas bubbles in liquid // In: Fluid Dynamics transactions, Warszawa. — 1969. — Vol. 4.
2. Crespo A. Sound and shock waves in liquid containing bubbles // Phys. Fluid. — 1969. — Vol. 12. — № 11. — P. 2274–2282.
3. Van Wijngaarden L. On the structure of shock waves in liquid–bubbles mixtures // Appl. Sci. Res. — 1970. — Vol. 22. — № 5. — P. 366–381.
4. Parkin B.R., Gilmore F.R., Brode H.L. Shock waves in bubbly water. Memorandum RM-2795-PR. Abridged. — 1961.
5. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 2. — М.: Наука, 1987. — 360 с.
6. Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш., Вахитова Н. К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волны в пузырьковой среде // Доклады АН СССР. — 1989. — Т. 304. — № 5. — С. 1077–1088.
7. Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш., Гималтдинов И. К. Динамика волн в жидкости при наличии зоны, содержащей пузырьковую завесу // Механика жидкости и газа. — 2001. — № 3. — С. 133–143.

8. Campbell J., Pitcher A. S. Shock waves in a liquid containing gas bubbles // Proc. Roy. Soc. London, — 1959. — Vol. 234. — № 1235. — P. 534–545.
9. Noordzij L. Shock waves in bubble–liquid mixture // Phys. Comm. Twente Univ. Techn. — 1971. — Vol. 3. — № 1. — P. 51.
10. Noordzij L. Shock waves in mixtures of liquids and bubbles // Ph. D. Thesis. Twente Technol. Univ. Enschede. — 1973. — P. 205.
11. Noordzij L. Shock waves in bubble–liquid mixtures // Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. М.: Наука. — 1973. — С. 369–383.
12. Noordzij L., Wijngaarden L. van. Relaxation effects, caused by relative motion, on shock waves in gas–bubble/liquid mixtures // J. Fluid Mech. — 1974. — Vol. 66. — № 1. — P. 115–143.
13. Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Когарко Б. С., Когарко С. М. Исследование волн сжатия в смеси жидкости с пузырьками газа // Доклады АН СССР. — 1973. — Т. 213. — № 5. — С. 1043–1046.
14. Донцов В. Е., Кузнецов В. В., Накоряков В. Е. Ударные волны умеренной интенсивности в двухфазной среде // Акустический журнал. — 1985. — № 2. — С. 193–197.
15. Донцов В. Е., Накоряков В. Е. Волны давления в газожидкостной среде с расслоенной структурой жидкость–пузырьковая смесь // ПМТФ. — 2003. — Т. 44. — № 4. — С. 102–107.
16. Кутателадзе С. С., Накоряков В. Е. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. — Новосибирск: Наука, 1984. — 302 с.
17. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. — М.: Наука, 1980. — 352 с.
18. Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш., Гималтдинов И. К., Галимзянов М. Н. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны // Доклады РАН. — 2001. — Т. 378. — № 6. — С. 763–767.
19. Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш., Гималтдинов И. К., Галимзянов М. Н. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьки // Механика жидкости и газа. — 2002. — № 2. — С. 139–147.

Поступила в редакцию 28.01.10

M. N. Galimzyanov

Propagation of compression waves in finite-size bubbles zones

Peculiarities of pressure waves propagation in liquids with bubbly zones are studied. The problem is considered taking into account two-dimensional effects. Results of numerical experiment of influence of a wave impulse on the firm wall partially covered bubbly with a veil are presented.

Keywords: pressure wave, bubble liquid, bubble zone.

Mathematical Subject Classifications: 76T10

Галимзянов Марат Назипович, к. ф.-м. н., лаборатория «Дифференциальные уравнения механики», Учреждение Российской академии наук Институт механики Уфимского научного центра РАН, 450054, Россия, г. Уфа, пр. Октября, 71, e-mail: monk@anrb.ru