

УДК 523.64-52+524.3/.4-32

© С. А. Проскурин, Л. П. Осипков

## ОРБИТЫ ДАЛЕКИХ СПУТНИКОВ ЗВЕЗД

Численно исследовано плоское движение материальной точки в поле точечной массы (звезды) и Галактики. Для потенциала Галактики принималось приливное приближение. Уравнения движения интегрировались на интервале времени до  $60/\sqrt{A(A-B)}$  ( $A, B$  — коэффициенты Оорта). Частица считалась улетающей, если она удалялась от звезды на расстояние, превышающее 2 расстояния от точки либрации. У остающихся частиц оскулирующие эксцентриситеты или уменьшались, или оставались в среднем (по времени) неизменными. Показана зависимость доли орбит разного типа от начальных условий.

*Ключевые слова:* звездная динамика, небесная механика, орбиты спутников звезд, орбиты комет.

### Введение

Следуя В. А. Антонову и И. Н. Латышеву [1, 2], под далекими спутниками звезд мы будем понимать такие небесные объекты (планетные тела, кометы), на движение которых существенное влияние оказывают не только звезды, вокруг которых они обращаются, но и регулярное и иррегулярное галактическое поле. Исследование орбит таких тел необходимо, в частности, для исследования динамики наружных частей Солнечной системы, эволюции кометного облака Оорта и происхождения долгопериодических комет. Поскольку звезда притягивает как точечная масса, воздействием больших планет даже в приближении гауссова кольца мы пренебрегаем, а расстояние от звезды до спутника много меньше расстояния до центра Галактики, то приходим к обобщению известной задачи Хилла небесной механики [3]. Отличие от классической задачи Хилла здесь в том, что в настоящее время мы не можем считать Галактику точечной массой. С другой стороны, в математическом отношении мы получаем частный случай задачи Бока (исследование движения звезды в поле скопления и Галактики) [4], когда звездное скопление считается гравитирующей точечной массой. Иногда, впрочем, термин «задача Хилла» распространяется на все эти случаи [5].

Первый шаг в исследовании сформулированной задачи был сделан в пионерской работе В. А. Антонова и И. Н. Латышева [1]. Предполагая, что звезда (Солнце) движется в Галактике по круговой орбите, они выписали интеграл Якоби и нашли критическую поверхность Хилла. Дифференциально-геометрические свойства орбит внутри этой поверхности исследовал И. Н. Латышев [2], пользуясь методами качественного анализа школы Н. Д. Моисеева [6]. Последующие работы были как численными, так и аналитическими, основанными чаще всего на приближенном решении уравнений движения, усредненных по быстрым переменным. Отметим из них обстоятельную статью [7].

В первых численных исследованиях Галактика еще предполагалась точечной массой [8], но уже Дж. Хейслер и С. Тримейн [9] использовали так называемое приливное приближение потенциала Галактики (как и в [1, 2]). Применительно к этому приближению разрабатывались специальные численные методы [10–12].

Большинство работ было ориентировано на изучение облака Оорта. Классической считается статья [13]. В ней рассматривалась такая его модель, в которой первоначальное распределение угловых моментов и направлений на перигелий принималось изотропным. Аналитически, а также численно исследовались изменения со временем элементов орбит. Просчитана эволюция со временем  $10^6$  комет, и найдено получающееся распределение. В этой работе, как и в других исследованиях [8, 9, 14], большое внимание уделялось нахождению условий выброса комет из облака Оорта внутрь Солнечной системы. Аналитическая теория [13] возмущений комет в облаке Оорта далее развивалась в статье [15].

Дж. Хейслер и С. Тримейн [9] и М. Торбет [16] обратили внимание на то, что наибольшее значение может иметь приливное воздействие со стороны Галактики в вертикальном направлении. После этого большинство авторов вообще игнорировало приливное воздействие в галактической плоскости. Орбиты же комет относительно Солнца считались близкими к параболическим.

В статье Р. Брассера [17] рассматривалась более общая задача. А именно, он исследовал свойства орбит в данной механической задаче. На плоскости эксцентриситет–наклонение орбиты были найдены области хаотических движений, увеличивающиеся с ростом большой полуоси. Оказалось, однако, что соответствующие ляпуновские времена слишком велики и данная стохастизация не имеет практического значения.

Отметим недавнюю работу группы авторов из Турку [18]. Орбита Солнца считалась в ней некруговой, но оказалось, что по сравнению со случаем круговой орбиты результаты практически не меняются. Учитывались обе компоненты приливной силы Галактики в приливном приближении. Кроме того, интегрировались точные уравнения движения кометы в новой модели Галактики, описанной в этой же работе [18] (модификация модели К. Флинна).

Наряду с регулярным гравитационным полем Галактики на орбиты далеких спутников звезд могли влиять и отдельные проходящие звезды. Первым такое воздействие рассмотрел Я. Х. Оорт [19] (ранее сходную задачу исследовал Э. Эпик). Высказывалось мнение, что в результате внешних воздействий облако Оорта разрушается [20]. Хотя проходящие звезды действительно могут значительно изменить элементы орбит спутников [21], звездно-динамический анализ подтвердил возможность существования облака Оорта на космогонических интервалах времени [22].

В. А. Антонов и З. П. Тодрия [23, 24] исследовали систематические и случайные изменения элементов орбит долгопериодических комет под действием как регулярных так и иррегулярных сил. Они нашли, что изменение  $\Delta p$  параметра орбит  $p$  за время  $\Delta t$  под действием регулярных сил

$$(\Delta p)_{\text{reg}} \propto a^4 (\Delta t)^2 \sin^2(2i)$$

( $a$  — полуось орбиты,  $i$  — ее наклонение), а в результате иррегулярных воздействий

$$(\Delta p)_{\text{irr}} \propto a^2 (\Delta t)^2 \left( \ln \frac{a}{a_0} - 0.1 \right), \quad a_0 = 1.4 \text{ a.e.}$$

Заметим, кстати, что наряду с классической моделью облака Оорта существуют и другие схемы происхождения комет, например разрабатывавшаяся Ф. А. Цициным с соавторами [25–27]. Их обсуждение не входит в нашу задачу. Напомним также, что в этой связи рассматривались условия захвата комет Солнечной системы из межзвездной среды (см., например, [28]).

В данной работе мы не обсуждаем космогонические аспекты рассматриваемой задачи, при- мыкая скорее к работе [17]. Продолжая работу В. А. Антонова и И. Н. Латышева [1], мы интересуемся свойствами орбит спутников звезд, настолько далеких, что аналитический анализ уже становится невозможным. Особое внимание уделяется нахождению случаев, когда спутник остается связанным со звездой. Мы ограничиваемся при этом плоской задачей.

## § 1. Уравнения движения

Будем предполагать, что Галактика является стационарной и ее регулярный потенциал  $\Phi(\varpi, z)$  обладает ротационной и зеркальной симметрией. Пусть в экваториальной плоскости на расстоянии  $\varpi_p$  от центра по круговой орбите движется материальная точка массы  $M$  (звезда). Нас интересует движение в экваториальной плоскости пробной точки (кометы) в поле Галактики и звезды.

Введем вращающуюся координатную систему  $x, y, z$  с началом в звезде. Ось  $x$  направим в направлении от центра Галактики, ось  $y$  — в направлении ее движения в Галактике. Запишем

в этой системе координат уравнения движения (см. [4, 29, 30]). Полный потенциал гравитационных и центробежных сил

$$\Phi_e(x, y, z) = \Phi(\varpi, z) + \Phi_p(x, y, z) + \frac{1}{2}\Omega^2 [(x + \varpi_p)^2 + y^2], \quad (1.1)$$

где

$$\Omega^2 = -\varpi_p^{-1} \frac{\partial \Phi}{\partial \varpi}(\varpi_p, 0),$$

$\Omega$  — частота обращения звезды в Галактике,  $\Phi_p = GM/(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$  — потенциал звезды. Считая, что  $(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \ll \varpi_p$ , мы используем приливное приближение для потенциала Галактики,

$$\begin{aligned} \Phi(\varpi, z) = & \Phi(\varpi_p, 0) + \frac{\partial}{\partial \varpi} \Phi(\varpi_p, 0)(\varpi - \varpi_p) + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \varpi^2} \Phi(\varpi_p, 0)(\varpi - \varpi_p)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Phi(\varpi_p, 0)z^2 + o((\varpi - \varpi_p)^2 + z^2). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Тогда эффективный потенциал (1.1) с учетом разложения (1.2) записывается следующим образом:

$$\Phi_e(x, y, z) = \Phi(\varpi_p, 0) + \Phi_p(x, y, z) + \frac{1}{2}(\varkappa_R^2 x^2 - \varkappa_z^2 z^2). \quad (1.3)$$

В (1.3) мы обозначили

$$\varkappa_R^2 = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varpi^2}(\varpi_p, 0) - \frac{\partial \Phi}{\partial \varpi}(\varpi_p, 0)/\varpi_p, \quad \varkappa_z^2 = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}(\varpi_p, 0).$$

Можно записать, что  $\varkappa_R^2 = 4A(A - B)$ , где

$$A = \frac{1}{2} \left[ \frac{v_c(\varpi_p)}{\varpi_p} - \frac{dv_c}{d\varpi}(\varpi_p) \right], \quad B = -\frac{1}{2} \left[ \frac{v_c(\varpi_p)}{\varpi_p} + \frac{dv_c}{d\varpi}(\varpi_p) \right]$$

— динамические коэффициенты Оорта [31],  $v_c(\varpi) = \Omega(\varpi)\varpi$  — круговая скорость на расстоянии  $\varpi$  от центра. Величину  $\varkappa_R$  автор [4, 29] предложил называть *приливым инкрементом*. По современным данным, относящимся к окрестности Солнца в Галактике, получаем, что  $\varkappa_R \approx 42 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ , а  $\varkappa_z \approx 85 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$  [32].

Уравнения движения кометы

$$\ddot{\mathbf{r}} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}} = \nabla \Phi_e$$

теперь можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\Omega \dot{y} &= \frac{\partial \Phi_p}{\partial x} + \varkappa_R^2 x, \\ \ddot{y} + 2\Omega \dot{x} &= \frac{\partial \Phi_p}{\partial y}, \\ \ddot{z} &= \frac{\partial \Phi_p}{\partial z} - \varkappa_z^2 z. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Преобразуем эти формулы к безразмерному виду (в соответствующих формулах в [30] имеются опечатки). Введем единицу длины

$$r_0 = \left( \frac{GM}{\varkappa_R^2} \right)^{1/3}$$

( $r_0$  — расстояние до точек либрации по оси  $x$ ). Принимая  $M = 2 \cdot 10^{33}$  г (масса Солнца), получим  $r_0 \approx 1.35$  пк. За единицу времени возьмем  $\varkappa_R^{-1}$ . Для окрестности Солнца  $\varkappa_R^{-1} \approx 2.33 \cdot 10^7$  лет. Введем безразмерные координаты  $\xi = x/r_0$ ,  $\eta = y/r_0$ ,  $\zeta = z/r_0$  и безразмерное время  $\tau = t\varkappa_R$ .

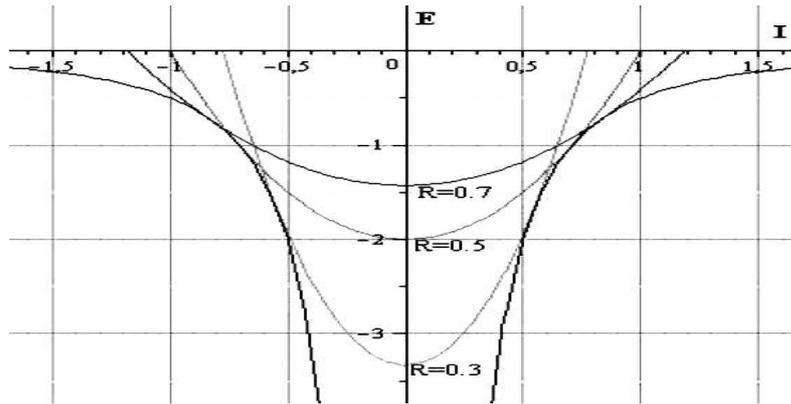


Рис. 1. Параболы и характеристическая огибающая на диаграмме Линдблада

Перепишем в новых переменных уравнения (1.4):

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\tau^2}\xi - \gamma \frac{d}{d\tau}\eta &= \frac{\partial\varphi}{\partial\xi} + \xi, \\ \frac{d^2}{d\tau^2}\eta + \gamma \frac{d}{d\tau}\xi &= \frac{\partial\varphi}{\partial\eta}, \\ \frac{d^2}{d\tau^2}\zeta &= \frac{\partial\varphi}{\partial\zeta} - \left(\frac{\varkappa_z}{\varkappa_R}\right)^2 \zeta. \end{aligned} \tag{1.5}$$

Здесь  $\varphi = (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{-1}$  — безразмерный потенциал звезды,  $\gamma = 2\Omega\varkappa_R^{-1}$  — безразмерный параметр уравнений (1.5), характеризующий эффективность кориолисовых сил относительно приливных. В окрестности Солнца  $\gamma \approx 1.25$ . Последнее из уравнений (1.5) приведено в [4] с опечаткой.

Для уравнений (1.5), как известно, существует интеграл Якоби [1]

$$\left(\frac{d}{d\tau}\xi\right)^2 + \left(\frac{d}{d\tau}\eta\right)^2 + \left(\frac{d}{d\tau}\zeta\right)^2 + \left[\xi^2 - \left(\frac{\varkappa_z}{\varkappa_R}\right)^2 \zeta^2\right] - 2\varphi = -C. \tag{1.6}$$

Тогда можно записать уравнение поверхности нулевых скоростей

$$2\varphi - \left[\xi^2 - \left(\frac{\varkappa_z}{\varkappa_R}\right)^2 \zeta^2\right] = C, \tag{1.7}$$

из которого определяется область возможных движений звезд (в [4] это уравнение приведено с опечатками).

Отсюда легко найти [29], что для уравнений (1.5) существуют две точки либрации, лежащие на оси  $x$  при  $\xi = \pm 1$ . Соответствующее критическое значение постоянной Якоби  $C_* = 1$ . Поверхность (1.7) при  $C = C_*$  — критическая поверхность Хилла, внутри которой будут находиться точки со значениями постоянной Якоби  $C$  больше  $C_*$ .

Критическая поверхность Хилла пересекает ось  $y$  при  $\eta = \pm 2/3$ . Для нахождения координат точек пересечения этой поверхности с осью  $z$  надо решать уравнение

$$2|\zeta|^{-1} - (\varkappa_z/\varkappa_R)^2 \zeta^2 = 3.$$

Если  $\varkappa_z/\varkappa_R = 2$  (что близко к принимаемому сейчас значению этого отношения для окрестности Солнца), то это уравнение имеет точное решение  $|\zeta| = 1/2$ . Тогда следует, что наименьший возможный радиус поверхности Хилла равен  $r_0/2$  (полученное Б. Боком [17] и приводимое в некоторых работах значение этой величины, равное  $r_0$ , является ошибочным).

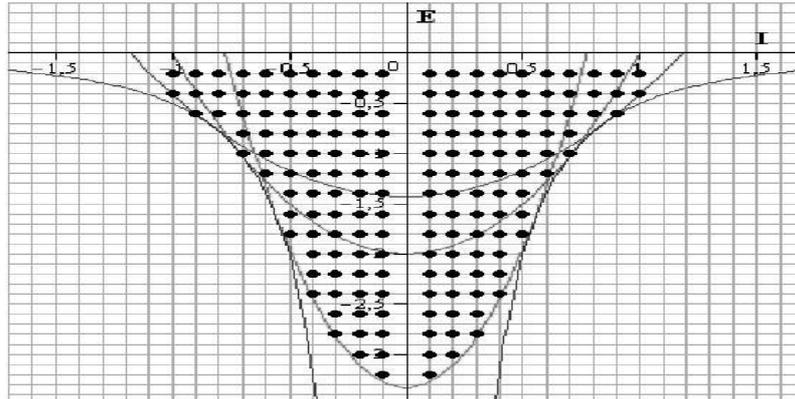


Рис. 2. Начальные значения  $E$  и  $I$

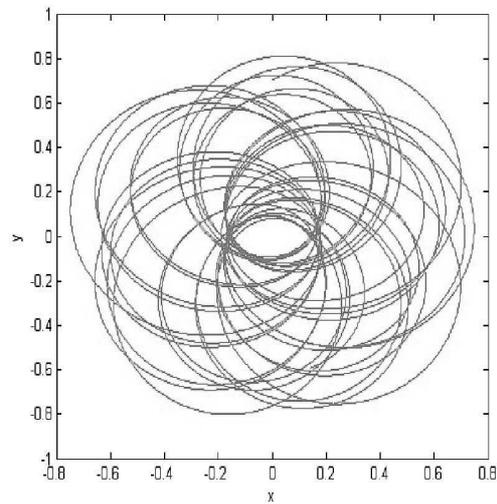


Рис. 3. Орбита спутника с начальными условиями  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0.7$ ,  $E = -0.2$ ,  $I = 0.5$

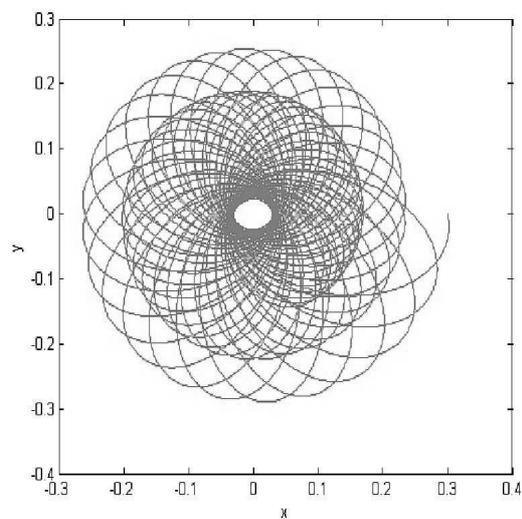


Рис. 4. Орбита спутника с начальными условиями  $x_0 = 0.3$ ,  $y_0 = 0$ ,  $E = -2.6$ ,  $I = -0.3$

По-видимому, не существует больше точных интегралов уравнений (1.5). Поэтому будем решать их численно. Далее рассматриваются только плоские орбиты,  $\zeta \equiv 0$ .

## § 2. Выбор начальных условий

Далее будем безразмерные координаты  $\xi$ ,  $\eta$  обозначать через  $x$ ,  $y$ , соответствующие скорости — через  $v_x$ ,  $v_y$ , а время — через  $t$ .

Опишем, как будем выбирать начальные условия для уравнений (1.5). При отсутствии внешнего воздействия существовали бы интеграл энергии

$$\frac{1}{2}(v_x^2 + v_y^2) - \varphi = E$$

и интеграл кинетического момента

$$xv_y - yv_x = I.$$

Перепишем эти интегралы в полярных координатах  $R = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ,  $\theta$ :

$$\frac{1}{2}(v_R^2 + v_\theta^2) - \varphi = E, \quad Rv_\theta = I. \quad (2.1)$$

По формулам (2.1) можно определить величины  $E$ ,  $I$  для произвольной двумерной динамической задачи, хотя при этом они будут меняться вдоль траектории.

Рассмотрим плоскость  $I$ ,  $E$  (диаграмму Линдблада) (например, [34]). Для каждого фиксированного значения расстояния от центра  $R$  построим параболу

$$E = -\varphi(R) - \frac{1}{2} \frac{I^2}{R^2}. \quad (2.2)$$

Точки этой параболы соответствуют орбитам, у которых на данном расстоянии  $R$  обращается в нуль радиальная компонента скорости  $v_R$ . Это означает, что или орбита является круговой, или  $R$  — перицентрическое расстояние, или апоцентр [35]. Огибающая парабол (2.2) — так называемая характеристическая огибающая Линдблада — соответствует круговым орбитам. Для потенциала точечной массы огибающая и параболы для  $R = 0.3$ ,  $R = 0.5$  и  $R = 0.7$  изображены на рисунке 1.

Как известно, физический смысл имеют только движения со значениями  $E$ ,  $I$  из внутренней части диаграммы Линдблада. Точки вне этой огибающей соответствуют «движениям в мнимом времени» (поскольку там  $v_r^2 < 0$ ).

Теперь будем поступать следующим образом. Выберем некоторое  $R_0$ , которое будем рассматривать как начальное расстояние кометы от звезды. Станем перебирать на диаграмме Линдблада точки  $(I, E)$ , попадающие внутрь параболы для данного  $R_0$ . Тогда находим по (2.1) начальные скорости

$$v_{R_0} = \pm(2E + 2\varphi - I^2/R_0^2)^{1/2}, \quad v_{\theta_0} = I/R_0.$$

При данном  $R_0$  будем брать следующие начальные координаты:  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = \pm R_0$  и  $x_0 = \pm R_0$ ,  $y_0 = 0$ .

Таким образом будут выбраны все четыре начальных условия.

Мы ограничились тремя значениями  $R_0$ , а именно 0.3, 0.5, 0.7. Значения  $E$ ,  $I$ , которые мы выбрали для нахождения начальных скоростей, показаны на рисунке 2. Всего было вычислено 2864 орбит.

$x_0$	$y_0$	I	II	III	IV	V	VI
0.3	0	36 %	10 %	54 %	35 %	13 %	52 %
0.5	0	41 %	19 %	40 %	41 %	20 %	53 %
0.7	0	60 %	24 %	1 %	61 %	33 %	6 %
-0.3	0	37 %	19 %	44 %	35 %	22 %	43 %
-0.5	0	40 %	25 %	35 %	43 %	18 %	39 %
-0.7	0	56 %	29 %	15 %	63 %	30 %	7 %
0	0.3	23 %	21 %	56 %	43 %	21 %	36 %
0	0.5	11 %	42 %	47 %	64 %	12 %	24 %
0	0.7	48 %	40 %	12 %	97 %	2 %	1 %
0	-0.3	43 %	14 %	43 %	22 %	18 %	60 %
0	-0.5	64 %	17 %	19 %	10 %	37 %	53 %
0	-0.7	97 %	2%	1 %	49 %	30 %	15 %

**Таблица 1.** Доля орбит разного типа в зависимости от начальных условий в случае прямых движений ( $I > 0$ ) (столбцы I, II, III) и обратных движений (столбцы IV, V, VI).

### § 3. Результаты расчетов орбит

Уравнения (1.5) интегрировались методом Рунге–Кутты четвертого порядка. Сначала производились тестовые расчеты орбит в поле точечной массы, проверялось сохранение при этом интегралов (2.1) и кеплеровских элементов. Как правило, при  $t < 30$  эти величины сохранялись с точностью  $10^{-4}$ , что мы считаем удовлетворительным для данной задачи.

Орбиты частиц чаще всего рассчитывались для  $t < 50$ , что примерно соответствует  $10^9$  лет. Точность расчетов контролировалась вычислением постоянной Якоби. На каждом шаге интегрирования определялись оскулирующие апоцентрическое и перигецентрическое расстояния и кеплеровские элементы, большая полуось и эксцентриситет. Исследовалось изменение этих величин со временем.

В большинстве случаев мы замечали увеличение со временем большой полуоси и расстояния кометы от звезды. До сих пор не найдены точные условия связанности орбиты со звездой, хотя Д. Хегги и работал в этом направлении [5, 36]. Мы условились считать спутник звезды улетающим, если его максимальное удаление от звезды превышало 2. В реальной Галактике на движение такого спутника будут влиять другие звезды. Для каждого набора  $R_0$ ,  $E$ ,  $I$  начальных условий мы определяли долю улетающих спутников. Как и следовало ожидать, с увеличением  $R_0$  доля таких спутников возрастает. Спутники с обратными движениями ( $I < 0$ )

в среднем более связаны со звездой, но только при  $R_0 = 0.7$ . При меньших же  $R_0$  доли улетающих среди спутников с прямыми и обратными движениями сравнимы. При  $R_0 = 0.7$  вблизи звезды остаются только частицы с  $E$ , близкими к  $E_{\min}$ . На рисунках 3, 4 изображены типичные орбиты. Обратим внимание на то, что центральная область вблизи звезды, оказывающаяся недоступной для движения, иногда вытянута вдоль оси  $x$ , а иногда — вдоль оси  $y$ .

Орбиты, остающиеся связанными, как оказалось, можно условно разделить на два класса. Во-первых, это орбиты, у которых апоцентр в среднем увеличивается со временем, а систематическое изменение эксцентриситета не замечается. Во-вторых, у части орбит апоцентры увеличиваются, а эксцентриситеты в среднем уменьшаются. Доли таких орбит, а также улетающих орбит для прямых и обратных движений в зависимости от начальных условий приведены в таблице 1. В столбцах I, IV таблицы указана доля улетевших орбит, в столбцах II, V — доля орбит без систематического увеличения эксцентриситета, в столбцах III, VI — доля орбит с уменьшением эксцентриситета.

### Заключение

В данной работе мы рассмотрели влияние приливной силы со стороны Галактики на элементы плоских орбит далеких спутников звезд в галактическом поле. В уравнениях движения, преобразованных к безразмерному виду, для регулярного потенциала Галактики использовалось приливное приближение. Для таких уравнений, вероятно, не существует других интегралов движения, кроме интеграла Якоби, поэтому уравнения интегрировались численно, методом Рунге–Кутты четвертого порядка.

Выбор начальных условий осуществлялся с помощью диаграммы Линдблада, представляющей движение в поле точечной массы без учета приливного воздействия. В итоге для выбранных начальных условий и для различных начальных скоростей спутника относительно центра системы было рассчитано 2864 орбиты. Проведенные расчеты показали, что доля улетающих от звезды спутников возрастает с увеличением начального расстояния. Такой результат носит вполне естественный характер.

Апоцентрические расстояния остающихся спутников в среднем возрастают, то есть они в среднем удаляются от звезды. При этом у части орбит эксцентриситеты систематически уменьшаются, а у части орбит эксцентриситеты в среднем во времени не меняются. Для прямых и обратных движений исследована зависимость типов движения от начальных условий.

Авторы признательны С. Тримейну, приславшему свою важную статью [9], которая была недоступна нам, а также Н. В. Распоповой за помощь в подготовке статьи.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов В.А., Латышев И.Н. О возможности существования далеких спутников звезд // Астрон. ж. 1971. Т. 48. № 4. С. 854–861.
2. Латышев И.Н. Геометрия орбит далеких спутников звезд // Бюлл. Ин-та теорет. астроном. 1975. Т. 14. № 1. С. 16–24.
3. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М.: Наука, 1968. 800 с.
4. Осипков Л.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения в задачах звездной динамики // Математические методы исследования космических систем: сб. статей. СПб.: КМУ физ. ф-та СПбГУ, 2003. С. 73–131.
5. Heggie D.C. Escape in Hill's problem // The restless Universe. Bristol: Inst. of Physics Publ., 2001. P. 109–128.
6. Моисеев Н.Д. О некоторых общих методах качественного изучения форм движения в проблемах небесной механики. 2. О критериях существования траекторий, не пересекающих границ данной области // Труды Гос. астроном. ин-та им. П.К. Штернберга. 1939. Т. 9. № 2. С. 5–45.
7. Breiter S., Dybczynsky P.A., Elipe A. The action of the Galactic disc on the Oort cloud comets // Astron. Astrophys. 1996. Vol. 315. № 3. P. 618–624.
8. Byl J. Galactic perturbation on nearly periodic cometary orbits // Moon and Planets. 1983. Vol. 29. № 1. P. 121–137.
9. Heisler J., Tremaine S. The influence of the Galactic tidal field on the Oort comet cloud // Icarus. 1986. Vol. 63. № 1. P. 13–26.

10. Fouchard M. New fast models of the Galactic tide // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 2004. Vol. 349. № 1. P. 347–356.
11. Mikkola S., Nurmi P. Computing secular motion under slowly rotating quadratic perturbation // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 2004. Vol. 371. № 1. P. 421–423.
12. Breiter S., Fouchard M., Ratajczak R., Borczyk W. Two fast integrators for the Galactic tide effects in the Oort cloud // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 2007. Vol. 377. № 3. P. 1151–1161.
13. Matese J.J., Whitman P. A model of the Galactic tidal interaction with the Oort comet cloud // *Cel. Mech. Dyn. Astron.* 1992. Vol. 54. № 1. P. 13–35.
14. Matese J.J., Whitmire D. Tidal impact of distant galactic matter on the Oort comet cloud // *Astrophys. J. (Letters)*. 1996. Vol. 472. № 1. P. L41–L43.
15. Breiter S., Ratajczak R. Vectorial elements for the Galactic disc tide effects in cometary motion // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 2005. Vol. 364. № 3. P. 1222–1228.
16. Torbett M.V. Injection of Oort cloud comets to the inner Solar system by galactic tidal fields // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 1986. Vol. 223. № 2. P. 885–895.
17. Brassier R. Some properties of a two-body system under the influence of the Galactic tidal field // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 2001. Vol. 324. № 3. P. 1109–1116.
18. Gardner E., Nurmi P., Flynn C., Mikkola S. The effect of the Solar motion on the flux of long-period comets // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 2011. Vol. 411. № 2. P. 947–954.
19. Oort J.H. The structure of the cloud of comets surrounding the Solar system, and a hypothesis concerning its origin // *Bull. Astron. Inst. Netherlands*. 1950. Vol. 11. № 408. P. 1–20.
20. Всехсвятский С.К. Замечания к работам Я. Оорта, посвященным вопросам происхождения и эволюции комет // *Астрон. ж.* 1954. Т. 31. № 5. С. 537–543.
21. Копнин М.Ю., Копнин Ю.М., Невзоров Е.В. Об эволюциях орбит в планетной системе под влиянием проходящей вблизи звезды // *Астрон. ж.* 1996. Т. 73. № 3. С. 477–481.
22. Нежинский Е.М. Об устойчивости облака Оорта // *Бюлл. Ин-та теорет. астроном.* 1971. Т. 13. № 1 (144). С. 31–35.
23. Антонов В.А., Тодрия З.П. Систематические и случайные деформации орбит долгопериодических комет // *Письма в астрон. ж.* 1984. Т. 10. № 5. С. 394–396.
24. Антонов В.А., Тодрия З.П. Движение долгопериодических комет в возмущающем поле Галактики. Иррегулярные силы // *Астрон. ж.* 1987. Т. 64. № 5. С. 1094–1104.
25. Цицин Ф.А., Чепурова В.М., Расторгуев А.С., Генкин И.Л. О реликтовом резервуаре кометных тел и области внешних планет Солнечной системы // *Вопросы небесной механики и звездной динамики: сб. статей.* Алма-Ата: Наука, 1990. С. 197–200.
26. Tsitsin F.A., Chepurova V.M., Genkin I.L. The relict reservoir of cometary bodies and a unitary state of comets of the Solar system // *Astron. Astrophys. Transact.* 1999. Vol. 17. № 5. P. 351–354.
27. Цицин Ф.А. Очерки современной космогонии Солнечной системы. Истоки. Проблемы. Горизонты. Дубна: Феникс+, 2009. 356 с.
28. Sokolov L.L. On the comet capture conditions // *Stellar Dynamics: from classic to modern.* Saint Petersburg: Sobolev Astronomical Institute. 2001. P. 253–259.
29. Осипков Л.П. Точки либрации для задачи Бока // *Вестн. С.-Петербургск. ун-та. Сер. 10. Прикладн. матем., информатика, процессы управления.* 2007. № 3. С. 62–70.
30. Осипков Л.П. Общие принципы математического моделирования звездных систем. СПб.: Соло, 2010. 102 с.
31. Огородников К.Ф. Динамика звездных систем. М.: Физматгиз, 1958. 627 с.
32. Binney J., Merrifield M. *Galactic astronomy.* Princeton: Princeton Univ. Press, 1998. XVI+798 p.
33. Bok B.J. The stability of moving clusters // *Circ. Harvard College Observ.* 1934. № 384. P. 1–41.
34. Lindblad B. *Die Milchstraße* // *Handbuch der Astrophysik. Band V / Zweiter Hälfte.* Berlin: Verlag von Julius Springer. 1933. S. 937–1076.
35. Булига С.Д., Осипков Л.П. Эксцентриситеты плоских звездных орбит // *Вестник Удмуртск. ун-та. Сер. Астрономия и матем. физика.* 2011. № 1. С. 1–18.
36. Ross D.J., Mennim A., Heggie D.C. Escape from a tidally limited star cluster // *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 1997. Vol. 284. № 4. P. 811–814.

Поступила в редакцию 29.01.2013

Проскурин Сергей Александрович, студент, кафедра космических технологий и прикладной астродинамики, Санкт-Петербургский государственный университет, 198504, Россия, г. Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 35.

E-mail: proskurin-s@mail.ru

Осипков Леонид Петрович, к. ф.-м. н., доцент, кафедра космических технологий и прикладной астродинамики, Санкт-Петербургский государственный университет, 198504, Россия, г. Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 35.

E-mail: leonidosipkow@yahoo.com

**S. A. Proskurin, L. P. Ossipkov**  
**Orbits of distant satellites of stars**

*Keywords:* stellar dynamics, celestial mechanics, orbits of satellites of stars, comet orbits.

Mathematical Subject Classifications: 85A05

Planar motion of point mass in the field of a point mass (a star) and the Galaxy was studied numerically. The tidal (quadratic) approximation for the galactic potential was accepted. The equations of motion were integrated for the time interval equal to  $60/\sqrt{A(A-b)}$  ( $A, B$  are Oort's coefficients). A particle was considered as escaping if its distance from the star exceeded two distances of the libration points. It was found that osculating eccentricities of remaining particles could be decreasing systematically or almost constant. Table 1 shows dependence of orbit types on initial conditions.

#### REFERENCES

1. Antonov V.A., Latyshev I.N. Possible existence of distant companions of stars, *Sov. Astron.*, 1972, vol. 15, no. 4, pp. 676–681.
2. Latyshev I.N. Geometry of orbits for distant companions of stars, *Bull. Inst. Teoret. Astron.*, 1975, vol. 14, no. 1, pp. 16–24.
3. Subbotin M.F. *Vvedenie v teoreticheskuyu astronomiyu* (Introduction into theoretical astronomy), Moscow: Nauka, 1968, 800 p.
4. Ossipkov L.P. Ordinary differential equations in problems of stellar dynamics, *Matematicheskie metody issledovaniya kosmicheskikh sistem* (Mathematical methods of studying space systems), Saint Petersburg: Phys. Faculty of Saint Petersburg Univ., 2003, pp. 73–131.
5. Heggie D.C. Escape in Hill's problem, *The restless Universe*, Bristol: Inst. of Physics Publ., 2001, pp. 109–128.
6. Moiseev N.D. On some general methods of qualitative studying forms of motion in problems of celestial mechanics. 2. On conditions of existing trajectories not crossing boundaries of a given domain, *Tr. Gos. Astron. Inst. Im. P.K. Sternberga*, 1939, vol. 9, no. 2, pp. 5–45.
7. Breiter S., Dybczynsky P.A., Elipe A. The action of the Galactic disc on the Oort cloud comets, *Astron. Astrophys.*, 1996, vol. 315, no. 3, pp. 618–624.
8. Byl J. Galactic perturbation on nearly periodic cometary orbits, *Moon and Planets*, 1983, vol. 29, no. 1, pp. 121–137.
9. Heisler J., Tremaine S. The influence of the Galactic tidal field on the Oort comet cloud, *Icarus*, 1986, vol. 63, no. 1, pp. 13–26.
10. Fouchard M. New fast models of the Galactic tide, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 2004, vol. 349, no. 1, pp. 347–356.
11. Mikkola S., Nurmi P. Computing secular motion under slowly rotating quadratic perturbation, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 2004, vol. 371, no. 1, pp. 421–423.
12. Breiter S., Fouchard M., Ratajczak R., Borczyk W. Two fast integrators for the Galactic tide effects in the Oort cloud, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 2007, vol. 377, no. 3, pp. 1151–1161.
13. Matese J.J., Whitman P. A model of the Galactic tidal interaction with the Oort comet cloud, *Cel. Mech. Dyn. Astron.*, 1992, vol. 54, no. 1, pp. 13–35.

14. Matese J.J., Whitmire D. Tidal impact of distant galactic matter on the Oort comet cloud, *Astrophys. J. (Letters)*, 1996, vol. 472, no. 1, pp. L41–L43.
15. Breiter S., Ratajczak R. Vectorial elements for the Galactic disc tide effects in cometary motion, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 2005, vol. 364, no. 3, pp. 1222–1228.
16. Torbett M.V. Injection of Oort cloud comets to the inner Solar system by galactic tidal fields, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1986, vol. 223, no. 2, pp. 885–895.
17. Brassier R. Some properties of a two-body system under the influence of the Galactic tidal field, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 2001, vol. 324, no. 3, pp. 1109–1116.
18. Gardner E., Nurmi P., Flynn C., Mikkola S. The effect of the Solar motion on the flux of long-period comets, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 2011, vol. 411, no. 2, pp. 947–954.
19. Oort J.H. The structure of the cloud of comets surrounding the Solar system, and a hypothesis concerning its origin, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 1950, vol. 11, no. 408, pp. 1–20.
20. Vsekhsvyatskii S.K. Notes on works by J. Oort dealing with problems of origin and evolution of comets, *Astron. Zh.*, 1954, vol. 31, no. 5, pp. 537–543.
21. Kopnin M.Yu., Kopnin Yu.M., Nevzorov E.V. On evolutions of orbits in a planetary system under influence of a nearby star, *Astron. Zh.*, 1996, vol. 73, no. 3, pp. 477–481.
22. Nezhinskii E.M. On stability of the Oort cloud, *Bull. Inst. Teoret Astron.*, 1971, vol. 13, no. 1, pp. 31–35.
23. Antonov V.A., Todriya Z.P. Systematic and random deformations of long-period comet orbits, *Sov. Astron. Lett.*, 1984, vol. 10, no. 3, p. 166.
24. Antonov V.A., Todriya Z.P. Motion of long-period comets in the perturbation field of the Galaxy. Irregular forces, *Sov. Astron.*, 1987, vol. 31, no. 5, pp. 572–577.
25. Tsitsin F.A., Chepurova V.M., Rastorguev A.S., Genkin I.L. On the relict reservoir of cometary bodies and the region of outer planets of the Solar system, *Voprosy nebesnoy mekhaniki i zvezdnoy dinamiki* (Problems of celestial mechanics and stellar dynamics), Alma-Ata: Nauka, 1990, pp. 197–200.
26. Tsitsin F.A., Chepurova V.M., Genkin I.L. The relict reservoir of cometary bodies and a unitary state of comets of the Solar system, *Astron. Astrophys. Transact.*, 1999, vol. 17, no. 5, pp. 351–354.
27. Tsitsin F.A. *Ocherki sovremennoi kosmogonii Solnechnoi sistemy. Istoki. Problemy. Gorizonty* (Essays of the modern cosmogony of the Solar System. Sources. Problems. Horizons), Dubna: Phoenix+, 2009, 356 p.
28. Sokolov L.L. On the comet capture conditions, *Stellar Dynamics: from classic to modern*, Saint Petersburg: Sobolev Astronomical Institute, 2001, pp. 253–259.
29. Ossipkov L.P. Libration points for the Bok problem, *Vestn. St-Peterbg. Univ., Ser. 10, Prikl. Mat. Inf. Prots. Upr.*, 2007, no. 3, pp. 62–70.
30. Ossipkov L.P. *Obshchie printsipy matematicheskogo modelirovaniya zvezdnykh sistem* (General principles of mathematical modelling stellar systems), Saint Petersburg: Solo, 2010, 102 p.
31. Ogorodnikov K.F. *Dynamics of stellar systems*, Pergamon Press: London, 1965, 359 p.
32. Binney J., Merrifield M. *Galactic astronomy*, Princeton: Princeton Univ. Press, 1998, XVI+798 p.
33. Bok B.J. The stability of moving clusters, *Circ. Harvard College Observ.*, 1934, no. 384, pp. 1–41.
34. Lindblad B. Die Milchstraße, *Handbuch der Astrophysik*, Band V / Zweiter Hälfte, Berlin: Verlag von Julius Springer, 1933, pp. 937–1076.
35. Buliga S.D., Ossipkov L.P. Eccentricities of planar stellar orbits, *Vestn. Udmurt. Univ. Ser. Astron.*, 2011, no. 1, pp. 1–18.
36. Ross D.J., Mennim A., Heggie D.C. Escape from a tidally limited star cluster, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1997, vol. 284, no. 4, pp. 811–814.

Received 29.01.2013

Proskurin Sergei Aleksandrovich, student, Department of Space Technologies and Applied Astrodynamics, Saint Petersburg State University, Universitetskii pr., 35, Staryi Petergof, Saint Petersburg, 198504, Russia.  
E-mail: proskurin-s@mail.ru

Ossipkov Leonid Petrovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Space Technologies and Applied Astrodynamics, Saint Petersburg State University, Universitetskii pr., 35, Staryi Petergof, Saint Petersburg, 198504, Russia.  
E-mail: leonidosipkow@yahoo.com