УДК 515.122.536

© ***А. А. Грызлов, Е. С. Бастрыков***

О ЗАМЫКАНИЯХ СЧЁТНЫХ МНОЖЕСТВ В ПРОСТРАНСТВЕ СТОУНА ОДНОЙ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ

Решаются вопросы, связанные с замыканием счётных подмножеств пространства Стоуна одной булевой алгебры, являющегося компактификацией счётного дискретного пространства. Показано существование сходящихся последовательностей в наросте этого расширения.

Ключевые слова: булева алгебра, пространство Стоуна, расширение Чеха – Стоуна, сходящаяся последовательность.

Введение

В работе рассматривается пространство Стоуна BN одной булевой алгебры, являющееся бикомпактным расширением счётного дискретного пространства. Это пространство было построено М. Беллом [1]. В дальнейшем свойства пространства BN изучались авторами в [2–4].

Выяснение того, что из себя представляют замыкания счётных подмножеств пространства BN является одним из главных направлений исследования пространства BN. Уже в первой работе авторов [2], посвящённой изучению этого пространства, было показано, что в множестве N пространства BN есть класс счётных множеств, которые являются сходящимися последовательностями в BN, и есть класс множеств, замыкания которых гомеоморфны $\beta\omega$, то есть являющихся в некотором смысле «антиподом» подмножеств из первого класса (теорема 1). Из этой же теоремы следует, что и в наросте $BN \setminus N$ пространства BN есть подмножества, замыкания которых гомеоморфны $\beta\omega$. Причём такие подмножества могут состоять из u- или ℓ-точек, полученных в работе [4].

Вопрос же о том, существуют ли в наросте $BN \setminus N$ сходящиеся последовательности, оставался открытым.

Теорема 4 настоящей работы показывает, что замыкание счётного дискретного подмножества $BN \setminus N$, состоящего из u-точек, гомеоморфно $\beta\omega$.

Пример 1 показывает существование сходящейся последовательности в $BN \setminus N$.

Напомним необходимые сведения. Приведём конструкцию пространства BN [1].

$$P = \{f \in \omega^\omega : 0 \leqslant f(n) \leqslant n+1 \text{ для всех } n \in \omega\},$$
$$N = \{f|_n : f \in P,\, n \subseteq \omega\}.$$

Здесь и далее через n обозначаем, в зависимости от контекста, и натуральное число, и подмножество натуральных чисел $\{i \in \omega : i < n\}$.

$$C_s = \{t \in N : t \text{ продолжает } s\} \quad \text{для } s \in N,$$
$$T = \{\pi \in N^\omega : \operatorname{dom} \pi(n) = n+1\},$$
$$C_\pi = \cup\{C_{\pi(n)} : n \in \omega\}.$$

Определим BN как пространство Стоуна булевой алгебры B, порождённой семейством

$$\{C_\pi : \pi \in T\} \cup \{N \setminus C_\pi : \pi \in T\}.$$

Для $\pi \in T$ и $M \subseteq \omega$ обозначим: $C_{\pi|M} = \cup\{C_{\pi(n)} : n \in M\}$. Для $A \subseteq N$ будем обозначать $A^* = [A] \setminus A$ — нарост множества A.

Отметим, что множество N частично упорядочено со следующим отношением порядка: $t \geqslant s$ для $s, t \in N$, если t продолжает s. Таким образом, на пространство N естественным образом переносятся понятия цепи и антицепи. В случае антицепи нас будут интересовать так называемые строгие антицепи, которые мы определим следующим образом:

Определение 1. Будем говорить, что антицепь $A \subseteq N$ — *строгая* тогда и только тогда, когда для любых $s, t \in A$, $s \neq t$ выполнено $\operatorname{dom} s \neq \operatorname{dom} t$. (Для удобства будем обозначать строгую антицепь через образ $\pi(M)$, где $\pi \in T$, $M \subseteq \omega$.)

Определение 2. Будем говорить, что $t \in N$ является *строгим* продолжением $s \in N$, если t есть продолжение s и $\operatorname{dom} s < \operatorname{dom} t$.

Определение 3. Для $\pi, \pi' \in T$ и $M, M' \subseteq \omega$ будем говорить, что $C_{\pi'|M'}$ *строго вписано* (*вписано*) в $C_{\pi|M}$, если для всякого $n' \in M'$ найдётся $n \in M$ такое, что $\pi'(n')$ есть строгое продолжение (продолжение) $\pi(n)$.

В [2] были доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть $\{s_i : i \in \omega\}$ — строгая антицепь и множество $X = \{x_i : i \in \omega\}$ такое, что $x_i \in [C_{s_i}]$ $(i \in \omega)$. Тогда $[X]$ гомеоморфно $\beta\omega$.*

Теорема 2. *Пусть $A = \{s_i : i \in \omega\}$ — бесконечная цепь в N. Тогда A является сходящейся последовательностью в BN.*

Приведём определения u- и ℓ-точек [4].

Определение 4. Точку $x \in BN \setminus N$ будем называть *u-точкой*, если x имеет базу в $BN \setminus N$, состоящую из множеств вида $\{(C_{\pi|M})^*\}$.

Определение 5. Точку $x \in BN \setminus N$ будем называть *ℓ-точкой*, если x имеет базу в $BN \setminus N$, состоящую из множеств вида $\{(N \setminus \bigcup_{j \leqslant k} C_{\pi_j})^*\}$.

В [3] доказана следующая теорема, характеризующая ℓ-точки.

Теорема 3. *Для точки $x \in BN \setminus N$ следующие утверждения эквивалентны:*

(a) *точка x есть предел некоторой бесконечной цепи $\{s_k : k \in \omega\}$ элементов N;*

(b) *x — ℓ-точка;*

(c) *из того, что $x \in [C_{\pi|M}]$ для некоторых $\pi \in T$, $M \subseteq \omega$ следует, что существует $i \in M$ такое, что $x \in [C_{\pi(i)}]$.*

Нетрудно доказываются следующие леммы.

Лемма 1. *Если $\{t_k : k \in \omega\}$ и $\{s_k : k \in \omega\}$ — строгие антицепи и s_k есть строгое продолжение t_k, то*

$$[\{t_k : k \in \omega\}] \cap [\{s_k : k \in \omega\}] = \varnothing.$$

Лемма 2. *Для всякой окрестности $O_x = [C_{\pi|M}]$ u-точки $x \in BN \setminus N$ найдётся окрестность $O'_x = [C_{\pi'|M'}]$ этой точки такая, что $C_{\pi'|M'}$ строго вписано в $C_{\pi|M}$.*

§ 1. Основной результат

Теорема 4. *Если $F \subseteq BN \setminus N$ — счётное дискретное множество u-точек, то $[F]$ гомеоморфно βN.*

Доказательство. Пусть $\{x_n : n \in \mathbb{N}\}$ — счётное дискретное множество u-точек и $\{O_{x_n} : n \in \mathbb{N}\}$ — дизъюнктное семейство окрестностей этих точек. Поскольку точки x_n $(n \in \mathbb{N})$ являются u-точками, будем считать, что $O_{x_n} = [C_{\pi_n|M_n}]$ для некоторого $\pi_n \in T$ и $M_n \subseteq \omega$.

Построим семейство множеств $\{\widetilde{M}_n : n \in \mathbb{N}\}$ и множество $\{\widetilde{\pi}_n : n \in \mathbb{N}\}$, удовлетворяющие условиям:

i) семейство $\{\widetilde{M}_n : n \in \mathbb{N}\}$ дизъюнктно;

ii) $C_{\widetilde{\pi}_n|\widetilde{M}_n} \subseteq C_{\pi_n|M_n}$;

iii) $x_n \in [C_{\widetilde{\pi}_n|\widetilde{M}_n}]$ для всякого $n \in \mathbb{N}$;

iv) для всякого $n \in \mathbb{N}$ существует число $m_n \in \{0, \ldots, 2^{n+1} - 1\}$ такое, что $\widetilde{M}_n \subseteq \overline{m}_n$, где $\overline{m}_n$ — класс вычетов по mod 2^{n+1}, определяемый числом m_n.

Семейство $\{\widetilde{M}_n : n \in \mathbb{N}\}$ и множество $\{\widetilde{\pi}_n : n \in \mathbb{N}\}$ будем строить по индукции.

Рассмотрим $O_{x_1} = [C_{\pi_1|M_1}]$. Пусть $\overline{m}_1$ — класс вычетов по mod 2^2 такой, что для $M_1 \cap \overline{m}_1$ выполнено

$$x \in [C_{\pi_1|M_1 \cap \overline{m}_1}].$$

Положим $\widetilde{M}_1 = M_1 \cap \overline{m}_1$, $\widetilde{\pi}_1 = \pi_1$.

Пусть построены $\{\widetilde{M}_i : i \leqslant n\}$, $\{\widetilde{\pi}_i : i \leqslant n\}$. Построим $\widetilde{M}_{n+1}$ и $\widetilde{\pi}_{n+1}$. Рассмотрим множество $C_{\pi_{n+1}|M_{n+1}}$. Построим последовательность множеств $\{K_\ell \subseteq \omega : \ell \leqslant 0, \ldots, 2^{n+1}\}$ и множество $\{\varphi_\ell \in T : \ell = 0, \ldots, 2^{n+1}\}$, удовлетворяющие следующим условиям:

— $x_{n+1} \in [C_{\varphi_\ell|K_\ell}]$ для всякого $\ell = 0, \ldots, 2^{n+1}$;

— $C_{\varphi_{\ell+1}|K_{\ell+1}}$ строго вписано в $C_{\varphi_\ell|K_\ell}$ для всякого $\ell = 0, \ldots, 2^{n+1} - 1$.

Второе условие означает, что для всякого $\ell = 0, \ldots, 2^{n+1} - 1$ и всякого $j \in K_{\ell+1}$ найдётся $k(j) \in K_\ell$ такое, что $j > k(j)$ и $\varphi_{\ell+1}(j)$ является строгим продолжением $\varphi_\ell(k(j))$.

Положим $\varphi_0 = \pi_{n+1}$, $K_0 = M_{n+1}$. Пусть для $r < 2^{n+1}$ построено семейство $\{C_{\varphi_\ell|K_\ell} : \ell \leqslant r\}$. Построим K_{r+1} и φ_{r+1}. Так как x_{n+1} есть u-точка, по лемме 2 для множества $C_{\varphi_r|K_r}$ найдутся $\varphi_{r+1} \in T$ и $K_{r+1} \subseteq \omega$ такие, что $x_n \in [C_{\varphi_{r+1}|K_{r+1}}]$ и $C_{\varphi_{r+1}|K_{r+1}}$ строго вписано в $C_{\varphi_r|K_r}$. Тогда для всякого $j \in K_{r+1}$ найдётся $k(j) \in K_r$ такое, что $j > k(j)$ и $\varphi_{r+1}(j)$ есть строгое продолжение $\varphi_r(k(j))$.

Проведя это построение вплоть до $\ell = 2^{n+1}$, получим множество $K_{2^{n+1}} \subseteq \omega$ и функцию $\varphi_{2^{n+1}} \in T$ такие, что

(a) $x_{n+1} \in [C_{\varphi_{2^{n+1}}|K_{2^{n+1}}}]$;

(b) $C_{\varphi_{2^{n+1}}|K_{2^{n+1}}}$ строго вписано в $C_{\varphi_0|K_0}$;

(c) для всякого $j \in K_{2^{n+1}}$ найдётся $k \in K_0$ такое, что $j \geqslant k + 2^{n+1}$ и $\varphi_{2^{n+1}}(j)$ есть строгое продолжение $\varphi_0(k)$.

Напомним, что $\varphi_0 = \pi_{n+1}$ и $K_0 = M_{n+1}$.

Пусть $m \in \{0, 1, \ldots, 2^{n+1} - 1\}$ такое, что для класса вычетов $\overline{m}$ по mod 2^{n+1} выполнено $x_{n+1} \in C_{\varphi_{2^{n+1}}|K_{2^{n+1}} \cap \overline{m}}$. Обозначим $K' = K_{2^{n+1}} \cap \overline{m}$.

Рассмотрим произвольное $j \in K'$. По свойству (c) найдётся $k(j) \in K_0$ такое, что $j \geqslant k(j) + 2^{n+1}$ и $\varphi_{2^{n+1}}(j)$ есть строгое продолжение $\varphi_0(k(j))$. Так как $j \in K_{2^{n+1}} \cap \overline{m}$, то $j = 2^{n+1}p + m$ для некоторого $p \in \omega$.

Рассмотрим число $2^{n+1}(p-1)+m$. Для чисел j, $k(j)$ и $2^{n+1}(p+1)+m$ выполняется неравенство
$$k(j) \leqslant 2^{n+1}(p-1)+m < 2^{n+1}p+m = j.$$
Для множества $\Sigma = \{2^{n+1}(p-1)+m+1, \ldots, 2^{n+1}p+m\}$ справедливо

— $\Sigma \cap K$ состоит из точки $2^{n+1}p+m$;

— $\Sigma \setminus \cup\{\widetilde{M}_i : i = 1, \ldots, n\} \neq \varnothing$.

Последнее условие следует из условия iv), что проверяется несложными вычислениями.

Отсюда следует, что мы можем выбрать число $\ell(j)$ такое, что
$$\ell(j) \in \Sigma \setminus \cup\{\widetilde{M}_i : i = 1, \ldots, n\}.$$

Из построения следует, что $\ell(j) \neq \ell(j')$ для различных j, $j' \in K'$; имеем также
$$k(j) < \ell(j) \leqslant j.$$
Из этого неравенства следует, что $\varphi_{2^{n+2}}(j)$ есть продолжение $\varphi_{2^{n+1}}(\ell(j))$ и, с другой стороны, $\varphi_{2^{n+1}}(\ell(j))$ есть продолжение $\varphi_0(k(j)) = \pi_{n+1}(k(j))$. А отсюда следует, что
$$(*) \qquad C_{\varphi_{2^{n+1}}}(\ell(j)) \supseteq C_{\varphi_{2^{n+1}}}(j) \text{ и } C_{\varphi_{2^{n+1}}}(\ell(j)) \subseteq C_{\pi_{n+1}}(k(j)).$$

Обозначим $K'' = \{\ell(j) : j \in K'\}$. Из $(*)$ имеем $C_{\varphi_{2^{n+1}}|K''} \supseteq C_{\varphi_{2^{n+1}}|K'}$, и следовательно, $x_{n+1} \in [C_{\varphi_{2^{n+1}}|K''}]$; с другой стороны, $C_{\varphi_{2^{n+1}}|K''} \subseteq C_{\pi_{n+1}|M_{n+1}}$.

Из построения следует также, что $K'' \cap (\cup\{\widetilde{M}_i : i \leqslant n\}) = \varnothing$. Таким образом, K'' и $\varphi_{2^{n+1}}$ удовлетворяют условиям i)–iii). Пусть $q \in \{0, \ldots, 2^{n+2}-1\}$ такое, что для класса вычетов $\overline{q}$ по mod 2^{n+2} выполнено $x \in [C_{\pi_{2^{n+1}}|K''\cap\overline{q}}]$. Положим $K'' \cap \overline{q} = \widetilde{M}_{n+1}$ и $\varphi_{2^{n+1}} = \widetilde{\pi}_{n+1}$.

Таким образом, мы построили множество $\widetilde{M}_{n+1}$ и отображение $\widetilde{\pi}_{n+1}$ так, что $\{\widetilde{M}_i : i = 1, \ldots, n, n+1\}$ и $\{\widetilde{\pi}_i : i = 1, \ldots, n, n+1\}$ удовлетворяют условиям i)–iv).

Итак, мы построили семейство окрестностей $\{\widetilde{O}_{x_n} : n \in \mathbb{N}\}$ точек $\{x_n : n \in \mathbb{N}\}$, где $\widetilde{O}_{x_n} = [C_{\widetilde{\pi}_n|\widetilde{M}_n}]$. В силу условий i)–iii) имеем, что для любых подмножеств F, $\Phi \subseteq \{x_n : n \in \mathbb{N}\}$, $F \cap \Phi = \varnothing$,
$$[\cup\{\widetilde{O}_{x_n} : x_n \in F\}] \cap [\cup\{\widetilde{O}_{x_n} : x_n \in \Phi\}] = \varnothing,$$
и следовательно, $[F] \cap [\Phi] = \varnothing$. Отсюда следует, что $[\{x_n : n = 1, 2, \ldots\}]$ гомеоморфно βN.

Пример 1 (Множество в $BN \setminus N$, являющееся сходящейся последовательностью). Рассмотрим семейство $\{D_n : n \in \omega\}$ строгих антицепей $D_n = \{t_k^n : k \in \omega\}$ таких, что t_k^{n+1} есть строгое продолжение t_k^n для всяких $n \in \omega$ и $k \in \omega$.

Пусть $\xi = \{F\}$ — свободный ультрафильтр на ω, то есть $\xi \in \beta\omega \setminus \omega$. Для всяких $F \in \xi$ и $n \in \omega$ обозначим $F_n = \{t_k^n : k \in F\}$. Тогда $\xi_n = \{F_n : F \in \xi\}$ является свободным ультрафильтром на множестве D_n.

Обозначим $\overline{\xi}_n = \cap\{[F_n] : F_n \in \xi_n\}$. Имеем $\overline{\xi}_n \in [D_n] \setminus D_n$ и $[D_n]$ гомеоморфно $\beta\omega$ по теореме 1.

Заметим, что по лемме 1 следует, что $\overline{\xi}_n \neq \overline{\xi}_m$ для n, $m \in \omega$, $n \neq m$.

I. Покажем, что последовательность $\{\overline{\xi}_n : n \in \omega\}$ является сходящейся. Пусть $y \in BN \setminus N$ — предельная точка для множества $\{\overline{\xi}_n : n \in \omega\}$ и $O_y = [C_{\pi|M} \setminus \bigcup_{i \leqslant n} C_{\pi_i}]$ — базисная окрестность точки y. Тогда множество $O_y \cap \{\overline{\xi}_n : n \in \omega\}$ бесконечно. Рассмотрим некоторое $\overline{\xi}_n \in O_y$. Так как ξ_n — ультрафильтр на множестве D_n, найдётся $F_n \in \xi_n$, $F_n \subseteq D_n$ такое, что $F_n \setminus O_y$ конечно, следовательно, $F_n \setminus (C_{\pi|M} \setminus \bigcup_{i \leqslant n} C_{\pi_i})$ конечно. Отсюда множества $F_n \setminus C_{\pi|M}$ и $F_n \cap (\bigcup_{i \leqslant n} C_{\pi_i})$ конечны (на самом деле, найдётся $F_n \in \xi$ такое, что $F_n \subseteq C_{\pi|M}$ и $F_n \cap (\bigcup_{i \leqslant n} C_{\pi_i}) = \varnothing$).

Покажем, что для любого $m \in \omega$, $m > n$ выполняется $\overline{\xi}_m \in O_y$. По определению $\xi_m = \{F_m\}$ — ультрафильтр на D_m. Предположим, что $\overline{\xi}_m \notin O_y$. Тогда найдётся $F'_m \in \xi_m$, $F'_m \subseteq F_m$ такое, что $F'_m \cap (C_{\pi|M} \setminus \bigcup\limits_{i \leqslant n} C_{\pi_i})$ конечно, в противном случае множество $(C_{\pi|M} \setminus \bigcup\limits_{i \leqslant n} C_{\pi_i})$ есть элемент ультрафильтра ξ_m и следовательно, $\overline{\xi}_m \in O_y$.

Так как $F'_m \subseteq F_m$ и $F_m \setminus C_{\pi|M}$ конечно, то $F'_m \setminus C_{\pi|M}$ тоже конечно. Но тогда $F'_m \setminus \bigcup\limits_{i \leqslant n} C_{\pi_i}$ конечно. Так как y — предельная точка для $\{\overline{\xi}_n : n \in \omega\}$, найдётся $m' \in \omega$, $m' < m$ такое, что $\xi'_m \in O_y$. Рассмотрим множество $F'_m = \{t_k^{m'} : t_k^m \in F'_m\}$. По определению $t_k^{m'}$ есть строгое продолжение t_k^m, и поскольку $F'_m \subseteq \bigcup\limits_{i \leqslant n} C_{\pi_i}$, за исключением, быть может, конечного числа точек, имеем, что $F'_{m'} \setminus \bigcup\limits_{i \leqslant n} C_{\pi_i}$ конечно. Но тогда $F'_{m'} \cap (C_{\pi|M} \setminus \bigcup\limits_{i \leqslant n} C_{\pi_i}) = F'_{m'} \cap O_y$ конечно, что противоречит тому, что $\overline{\xi}_{m'} \in O_y$.

Таким образом, мы показали, что $\{\overline{\xi}_n : n \in \omega\}$ сходится к точке y, обозначим $\overline{\xi} = y = \lim\limits_{n \to \infty} \overline{\xi}_n$.

II. Докажем ещё несколько интересных свойств построенного множества. Обозначим $R = \{\overline{\xi} : \xi \in \beta\omega \setminus \omega\}$.

Покажем, что точка $\overline{\xi}$ не является ℓ-точкой. Действительно, $\overline{\xi} \in [\cup\{C_{t_k^0} : k \in \omega\}]$, где $\{t_k^0 : k \in \omega\} = D_0$ и $\overline{\xi} \notin [C_{t_k^0}]$ для всех $k \in \omega$. По теореме 3, $\overline{\xi}$ не является ℓ-точкой.

Рассмотрим произвольное $k \in \omega$ и множество $Q_k = \{t_k^n : n \in \omega\}$. Это множество является цепью, и следовательно, $|[Q_k] \setminus Q_k| = 1$, то есть $Q_k = \{t_k^n : n \in \omega\}$ является сходящейся последовательностью в BN; пусть $q_k = \lim\limits_{n \to \infty} t_k^n$.

Рассмотрим множество $\{q_k : k \in \omega\}$. Докажем, что $[\{q_k : k \in \omega\}]$ гомеоморфно $\beta\omega$. Рассмотрим семейство множеств $\{C_{t_k^k} : k \in \omega\}$. Имеем $q_k \in [C_{t_k^k}]$ для всякого $k \in \omega$, и множество $\cup\{C_{t_k^k} : k \in \omega\}$ есть элемент булевой алгебры B.

По теореме 1 $[\{q_k : k \in \omega\}]$ гомеоморфно $\beta\omega$. Покажем, что $[\{q_k : k \in \omega\}] \cap \{\overline{\xi} : \xi \in \beta\omega \setminus \omega\} = \varnothing$. По построению $[\{q_k : k \in \omega\}] \subseteq [\cup\{C_{t_k^k} : k \in \omega\}]$. Покажем, что для всякого $\overline{\xi} = \lim\limits_{m \to \infty} \overline{\xi}_m$ $(\xi \in \beta\omega \setminus \omega)$ выполняется $\overline{\xi} \notin [\cup\{C_{t_k^k} : k \in \omega\}]$. Действительно, для всякого $m \in \omega$ имеем $\overline{\xi}_m \notin [\cup\{C_{t_k^k} : k \in \omega\}]$, так как $\cup\{C_{t_k^k} : k \in \omega\} \cap D_m = \{t_n^m : n \leqslant m\}$. Так как множество $[\cup\{C_{t_k^k} : k \in \omega\}]$ открыто-замкнуто в BN и $\overline{\xi} = \lim\limits_{n \to \infty} \overline{\xi}_n$, то $\overline{\xi} \notin [\cup\{C_{t_k^k} : k \in \omega\}]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bell M. G. Compact ccc non-separable spaces of small weight // Topology Proceedings. 1980. Vol. 5. P. 11–25.
http://topo.math.auburn.edu/tp/reprints/v05/tp05002s.pdf

2. Gryzlov A. A., Bastrykov E. S., Golovastov R. A. On Bell's compactification of N // Topology Proceedings. 2010. Jul. Vol. 35. P. 177–185.
http://topology.auburn.edu/tp/reprints/v35/

3. Бастрыков Е. С. О некоторых точках расширения Белла счётного дискретного пространства // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2009. Вып. 4. С. 3–6.

4. Грызлов А. А., Бастрыков Е. С., Головастов Р. А. О точках одного бикомпактного расширения N // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2010. Вып. 3. С. 10–17.

Поступила в редакцию 25.07.11

МАТЕМАТИКА 2011. Вып. 3

A. A. Gryzlov, E. S. Bastrykov

On closures of countable sets in Stone space of one Boolean algebra

We consider closures of countable subsets of Stone space of one Boolean algebra, which is a compactification of a countable discrete space. We prove the existence of converging sequences in a remainder of this compactification.

Keywords: Boolean algebra, Stone space, Chech – Stone compactification, converging sequence.

Mathematical Subject Classifications: 54D35, 54D80, 54-06

Бастрыков Евгений Станиславович, аспирант, кафедра алгебры и топологии, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1 (корп. 4),
E-mail: vporoshok@gmail.com

Грызлов Анатолий Александрович, д.ф.-м.н., кафедра алгебры и топологии, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1 (корп. 4),
E-mail: gryzlov@uni.udm.ru

Bastrykov Evgenii Stanislavovich, post-graduate student, department of algebra and topology, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1 (build. 4), Izhevsk, 426034, Russia

Gryzlov Anatolii Aleksandrovich, doctor of physics and mathematics, professor, department of algebra and topology, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1 (build. 4), Izhevsk, 426034, Russia.