УДК 517.977

© *А. И. Благодатских*

ОДНОВРЕМЕННАЯ МНОГОКРАТНАЯ ПОИМКА УБЕГАЮЩИХ В ЗАДАЧЕ ПРОСТОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ

Рассматривается задача простого группового преследования группы из m убегающих ($m \geqslant 1$) с равными возможностями. Говорят, что в задаче преследования одного убегающего ($m = 1$) происходит многократная поимка, если заданное количество преследователей ловят его, при этом моменты поимки могут не совпадать. В задаче об одновременной поимке одного убегающего требуется, чтобы моменты поимки совпадали. В работе введено понятие одновременной многократной поимки группы убегающих ($m \geqslant 2$). Одновременная многократная поимка всей группы убегающих происходит, если в результате преследования происходит одновременная многократная поимка каждого убегающего, причем в один и тот же момент времени. В терминах начальных позиций участников получены необходимые и достаточные условия одновременной многократной поимки всей группы убегающих.

Ключевые слова: поимка, многократная поимка, одновременная многократная поимка, преследование, убегание, дифференциальные игры, конфликтно управляемые процессы.

Введение

Задача простого группового преследования одного убегающего с равными возможностями впервые рассматривалась Б. Н. Пшеничным [1], были получены необходимые и достаточные условия поимки. Н. Л. Григоренко [2] ввел понятие многократной поимки, для задачи с простыми движениями и равными возможностями им представлены необходимые и достаточные условия многократной поимки одного убегающего. А. А. Чикрий [3] и Н. Н. Петров [4] получили достаточные условия многократной поимки одного убегающего в конфликтно управляемых процессах и в примере Л. С. Понтрягина с равными возможностями. Для перечисленных задач приведены [5, 6] достаточные условия многократной, нестрогой одновременной и одновременной многократных поимок одного убегающего, в частности, для задачи простого группового преследования с равными возможностями получены необходимые и достаточные условия одновременной многократной поимки одного убегающего [6]. Многократная поимка одного убегающего происходит, если заданное количество преследователей ловят его, при этом моменты поимки могут не совпадать. Если моменты поимки (не обязательно наименьшие) совпадают, то говорят, что происходит нестрогая одновременная многократная поимка одного убегающего. Наконец, если совпадают наименьшие моменты поимки, то происходит одновременная многократная поимка одного убегающего.

В предлагаемой работе введено понятие и получены необходимые и достаточные условия одновременной многократной поимки группы убегающих, которая происходит, если в результате преследования происходит одновременная многократная поимка всех убегающих, причем в один и тот же момент времени.

§ 1. Постановка задачи

В пространстве $\mathbb{R}^k$ ($k \geqslant 2$) рассматривается дифференциальная игра Γ $n + m$ лиц: n преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_n$ и m убегающих $E_1, E_2, \ldots, E_m$ с законами движения и начальными условиями (при $t = t_0$)

$$\begin{gathered} P_i: \quad \dot{x}_i = u_i, \quad u_i \in V_j, \quad x_i(t_0) = X_i^0, \quad i \in I_j, \quad j \in J, \\ E_j: \quad \dot{y}_j = v_j, \quad v_j \in V_j, \quad y_j(t_0) = Y_j^0, \quad j \in J, \\ \text{причем } X_i^0 \neq Y_j^0 \text{ для всех } i \in I_j, \quad j \in J. \end{gathered} \tag{1.1}$$

Здесь $x_i, y_j \in \mathbb{R}^k$, V_j — строго выпуклые компакты в $\mathbb{R}^k$ с гладкой границей и непустой внутренностью, $I_j \subset \{1, 2, \ldots, n\}$ — попарно непересекающиеся множества такие, что $|I_j| = a_j \geqslant 1$, $\sum\limits_{j \in J} a_j = n$, $J = \{1, 2, \ldots, m\}$.

Управления u_i, $i \in I_j$, v_j из класса измеримых по Лебегу функций на $[t_0, \infty)$ со значениями из множества V_j, $j \in J$ будем называть допустимыми. Квазистратегией преследователя P_i, $i \in I_j$, $j \in J$ будем называть отображение U_i, ставящее в соответствие моменту t, начальным позициям X_i^0, Y_j^0 и произвольной допустимой предыстории управлений $v_j(s)$, $t_0 \leqslant s \leqslant t$ убегающих E_j допустимое управление $u_i(t)$, то есть

$$u_i(t) = U_i(t, X_i^0, Y_j^0, v_j(s), s \in [t_0, t], i \in I_j, j \in J), \quad t \in [t_0, \infty), \quad i \in I_j, \quad j \in J.$$

При этом предполагается, что должно быть выполнено условие «физической осуществимости»: если v_j^1, v_j^2 — два допустимых набора управлений убегающих E_j, причем $v_j^1(t) = v_j^2(t)$ для почти всех $t \in [t_0, \infty)$, то соответствующие им при отображении U_i функции u_i^1, u_i^2 также равны для почти всех $t \in [t_0, \infty)$, $i \in I_j$, $j \in J$.

Для каждого $q = 1, 2, \ldots, a_j$ определим множество

$$\Omega_j(q) = \big\{\{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_q\} \subset I_j : \omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_q\big\}, \ j \in J.$$

Определение 1. В игре Γ возможна одновременная многократная поимка группы убегающих с кратностями $(b_1, b_2, \ldots, b_m)$, где $a_j \geqslant b_j \geqslant 1$, если существуют такие момент $T_0 = T_0(X_i^0, Y_j^0, \ i \in I_j, \ j \in J)$, квазистратегии U_i преследователей P_i, $i \in I_j$, что для любых допустимых управлений v_j убегающих E_j найдутся момент $\tau \in [t_0, T_0]$ и множества $\Lambda_j \in \Omega_j(b_j)$, $j \in J$, для которых выполнено

$$x_\alpha(\tau) = y_j(\tau), \quad x_\alpha(s) \neq y_j(s) \quad \text{для всех } \ s \in [t_0, \tau), \ \alpha \in \Lambda_j, \ j \in J.$$

§ 2. Решение задачи

Вводя n замен $z_{ij} = x_i - y_j$, $i \in I_j$, $j \in J$, перепишем соотношения (1.1) в виде

$$\dot z_{ij} = u_i - v_j, \quad u_i, v_j \in V_j, \quad z_{ij}(t_0) = Z_{ij}^0 = X_i^0 - Y_j^0 \neq 0, \quad i \in I_j, \quad j \in J.$$

Условие 1. $0 \in \operatorname{Intco}\{Z_{lj}^0, \ l \in L_j\}$ для всех $L_j \in \Omega_j(a_j - b_j + 1)$, $j \in J$.

Для всех $i \in I_j$, $j \in J$ введем обозначения

$$e_{ij}^0 = \frac{Z_{ij}^0}{\|Z_{ij}^0\|}, \quad \lambda_{ij}(v) = \sup\big\{\lambda \geqslant 0 : (v - \lambda e_{ij}^0) \in V_j\big\}, \quad \delta_j = \min_{v \in V_j} \max_{\Lambda \in \Omega_j(b_j)} \min_{\alpha \in \Lambda} \lambda_{\alpha j}(v), \quad \delta = \min_{j \in J} \delta_j.$$

Лемма 1. *Пусть выполнено условие* 1. *Тогда* $\delta > 0$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из леммы 1 [6] следует, что $\delta_j > 0$ для всех $j \in J$, следовательно, и $\delta > 0$. □

Теорема 1. *В игре* Γ *возможна одновременная многократная поимка группы убегающих с кратностями* $(b_1, b_2, \ldots, b_m)$ *тогда и только тогда, когда выполнено условие* 1.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Д о с т а т о ч н о с т ь. Пусть выполнено условие 1. Допустимые управления преследователей P_i построим в следующем виде:

$$u_i(t) = v_j(t) - g_j(t) h_{ij}(t) \lambda_{ij}(v_j(t)) e_{ij}^0, \quad t \in [t_0, \infty), \quad i \in I_j, \quad j \in J.$$

Тогда по формуле Коши получаем, что для всех $t \in [t_0, \infty)$

$$z_{ij}(t) = e_{ij}^0 \Big(\|Z_{ij}^0\| - \int_{t_0}^{t} g_j(s) h_{ij}(s) \lambda_{ij}(v_j(s)) ds \Big), \quad i \in I_j, \quad j \in J \tag{2.1}$$

Определим функции $g_j(t) \in (0,1]$, $h_{ij}(t) \in (0,1]$ для всех $t \in [t_0, \infty)$.

При условии, что все убегающие фиксируют свои управления, то есть $v_j(s) = v_j(t)$ для всех $s \geqslant t$, $j \in J$, найдем: $T_{ij}(t)$ — минимальное время, которое необходимо преследователю P_i, $i \in I_j$ для поимки убегающего E_j, $j \in J$; $T_j(t)$ — минимальное время, которое необходимо преследователям P_i, $i \in I_j$ для b_j-кратной поимки убегающего E_j, $j \in J$; $T(t)$ — минимальное время, за которое могут произойти все b_j-кратные поимки убегающих E_j, $j \in J$. Из (2.1), учитывая, что $g_j(t) \in (0,1]$, $h_{ij}(t) \in (0,1]$ для всех $t \in [t_0, \infty)$, $i \in I_j$, $j \in J$, получаем

$$T_{ij}(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \|z_{ij}(t)\| = 0, \\ \dfrac{\|z_{ij}(t)\|}{\lambda_{ij}(v_j(t))}, & \text{если } \lambda_{ij}(v_j(t)) > 0 \text{ и } \|z_{ij}(t)\| > 0, \\ \infty, & \text{если } \lambda_{ij}(v_j(t)) = 0 \text{ и } \|z_{ij}(t)\| > 0, \end{cases}$$

$$T_j(t) = \max_{\alpha \in \Lambda_j(t)} T_\alpha(t), \quad \text{где } \Lambda_j(t) = \arg \min_{\Lambda \in \Omega_j(b_j)} \max_{\alpha \in \Lambda} T_{\alpha j}(t), \quad T(t) = \max_{j \in J} T_j(t).$$

В работе [6] было доказано, что при $g_j(t) = 1$, $t \in [t_0, \infty)$, $j \in J$ для осуществления преследователями P_i, $i \in I_j$ одновременной b_j-кратной поимки убегающего E_j, $j \in J$ достаточно определить функции h_{ij} следующим образом:

$$h_{ij}(t) = \begin{cases} \dfrac{T_{ij}(t)}{T_j(t)}, & \text{если } i \in \Lambda_j(t) \text{ и } T_j(t) > 0, \\ 1, & \text{в противном случае.} \end{cases} \tag{2.2}$$

При этом моменты одновременных b_j-кратных поимок преследователями P_i, $i \in I_j$ убегающих E_j, $j \in J$ могут не совпадать. Для того чтобы указанные моменты совпадали, то есть для осуществления одновременной многократной поимки группы убегающих с кратностями $(b_1, b_2, \ldots, b_m)$ достаточно определить функции g_j следующим образом:

$$g_j(t) = \frac{T_j(t)}{T(t)}. \tag{2.3}$$

Пусть $\tau = \min\{t > t_0 : \min_{j \in J} \min_{i \in I_j} \|z_{ij}(t)\| = 0\}$.

Возможность одновременной многократной поимки группы убегающих $(b_1, b_2, \ldots, b_m)$ эквивалента выполнению следующих утверждений.

1°. Существует момент $T_0 = T_0(X_i^0, Y_j^0, i \in I_j, j \in J) < \infty$ такой, что $\tau \in [t_0, T_0]$.

2°. Найдутся множества $\Lambda_j \in \Omega_j(b_j)$ такие, что $\|z_{\alpha j}(\tau)\| = 0$ для всех $\alpha \in \Lambda_j$, $j \in J$, то есть в один и тот же момент τ происходят одновременные b_j-кратные поимки убегающих E_j, $j \in J$.

Докажем утверждение 1°. Для каждого $t \in [t_0, \tau)$ из (2.2) имеем, $h_{ij}(t) = 1$, $i \notin \Lambda_j(t)$, $j \in J$ и, кроме того, существует индекс $i(t) \in \Lambda_j(t)$ такой, что $T_{i(t)j}(t) = T_j(t)$, то есть $h_{i(t)j}(t) = 1$, $j \in J$; значит, из a_j значений $h_{ij}(t)$, $i \in I_j$ не менее чем $a_j - b_j + 1$ равны единице. Следовательно, для всех $j \in J$ существует индекс $i(t) \in \arg \max_{\Lambda \in \Omega_j(b_j)} \min_{\alpha \in \Lambda} \lambda_{\alpha j}(v_j(t))$ и

$$\max_{i \in I_j} h_{ij}(t) \lambda_{ij}(v_j(t)) \geqslant h_{i(t)j}(t) \lambda_{i(t)j}(v_j(t)) = \lambda_{i(t)j}(v_j(t)) \geqslant \delta_j.$$

Из (2.3) следует, что при всех $t \in [t_0, \tau)$ существует индекс $j(t)$ такой, что $g_{j(t)}(t) = 1$; учитывая еще последнее неравенство, получаем

$$\max_{j \in J} \max_{i \in I_j} g_j(t) h_{ij}(t) \lambda_{ij}(v_j(t)) \geqslant \max_{j \in J} g_j(t) \delta_j \geqslant g_{j(t)}(t) \delta_{j(t)} = \delta_{j(t)} \geqslant \delta. \tag{2.4}$$

В силу соотношений (2.1), (2.4) получаем, что при всех $t \in [t_0, \tau]$

$$\min_{j\in J}\min_{i\in I_j}\|z_{ij}(t)\| = \min_{j\in J}\min_{i\in I_j}\Big(\|Z^0_{ij}\| - \int_{t_0}^t g_j(s)h_{ij}(s)\lambda_{ij}(v_j(s))ds\Big) \leqslant$$
$$\leqslant \max_{j\in J}\max_{i\in I_j}\|Z^0_{ij}\| - \max_{j\in J}\max_{i\in I_j}\int_{t_0}^t g_j(s)h_{ij}(s)\lambda_{ij}(v_j(s))ds \leqslant$$
$$\leqslant \max_{j\in J}\max_{i\in I_j}\|Z^0_{ij}\| - \frac{1}{n}\int_{t_0}^t\Big(\sum_{j\in J}\sum_{i\in I_j}h_{ij}(s)\lambda_{ij}(v_j(s))\Big)ds \leqslant \max_{j\in J}\max_{i\in I_j}\|Z^0_{ij}\| - \frac{\delta}{n}(t-t_0).$$

Таким образом, не позже момента $T_0 = t_0 + \delta^{-1}n\max\limits_{j\in J}\max\limits_{i\in I_j}\|Z^0_{ij}\|$ хотя бы одна из n величин $\|z_{ij}(t)\|$ обратится в нуль. Утверждение 1° доказано.

Предположим, что утверждение 2° неверно; значит, существуют индекс $l \in J$ и множества Q и R такие, что

$$\begin{gathered} Q\subset I_l, \quad 0\leqslant |Q|\leqslant b_l-1, \quad R=I_l\setminus Q, \quad |R|\geqslant a_l-b_l+1,\\ \|z_{ql}(\tau)\|=0,\ q\in Q, \quad \|z_{rl}(\tau)\|>0,\ r\in R. \end{gathered} \tag{2.5}$$

В силу (2.5) существует постоянная $c_1 > 0$ такая, что

$$\|z_{rl}(t)\| \geqslant c_1 > 0 \text{ для всех } t\in[t_0,\tau],\ r\in R. \tag{2.6}$$

Так как $|I_l| = a_l$, $|\Lambda_l(t)| = b_l$, $|R| \geqslant a_l - b_l + 1$, то для всех $t \in [t_0, \tau)$ найдется индекс $i(t) \in R\bigcap \Lambda_l(t)$ и

$$T(t) = \max_{j\in J}T_j(t) \geqslant T_l(t) = \max_{\alpha\in\Lambda_l(t)}T_{\alpha l}(t) \geqslant T_{i(t)l}(t) \geqslant \frac{\|z_{i(t)l}(t)\|}{\lambda_{i(t)l}(v_l(t))} \geqslant \frac{c_1}{2\,\mathrm{diam}(V_l)} = c_2 > 0, \tag{2.7}$$

так как справедливы неравенства (2.6) и $\lambda_{il}(v_l) \leqslant 2\,\mathrm{diam}(V_l)$ в силу определения величины λ_{il} и того, что $\|e^0_{il}\| = 1$ при всех $i \in I_l$, $v_l \in V_l$, где $\mathrm{diam}(V_l) = \max\{\|v\| : v \in V_l\}$.

Из доказанного выше утверждения 1° следует существование как минимум одной пары индексов $i^* \in I_{j^*}$, $j^* \in J$, для которой $z_{i^*j^*}(\tau) = 0$. Из определения управления $u_{i^*}(t)$ преследователя P_{i^*} следует, что в каждый момент $t \in [t_0, \tau)$ значение $u_{i^*}(t)$ выбирается таким образом, что преследователь P_{i^*} может осуществить поимку убегающего E_{j^*} при условии, что последний фиксирует свое управление, то есть $v_{j^*}(s) = v_{j^*}(t)$ для всех $s \geqslant t$, не раньше чем в момент $t + T(t) \geqslant t + c_2$, где неравенство следует из (2.7). Переходя к пределу при $t \to \tau - 0$, получим, что $z_{i^*j^*}(\tau) \neq 0$. Полученное противоречие доказывает утверждение 2°.

Н е о б х о д и м о с т ь. Пусть условие 1 не выполнено; значит, существуют индекс $l \in J$, множество $Q \in \Omega_l(a_l - b_l + 1)$ такие, что $0 \notin \mathrm{Intco}\{Z^0_{ql}, q \in Q\}$. Из теоремы отделимости следует, что существует единичный вектор p такой, что $\langle h, p\rangle \leqslant 0$ для всех $h \in \mathrm{co}\{Z^0_{ql}, q \in Q\}$, поэтому

$$\langle Z^0_{ql}, p\rangle \leqslant 0 \quad \text{для всех} \quad q \in Q.$$

Определим постоянное управление убегающего E_l следующим образом:

$$v_l(t) = v_p \quad \text{для всех} \quad t \in [t_0, \infty),$$

где вектор $v_p \in \partial V_l$ выбран из условия $\langle u - v_p, p\rangle < 0$ для всех $u \in V_l \setminus \{v_p\}$. Такой вектор существует и единствен, так как V_l — строго выпуклый компакт в R^k с гладкой границей. Тогда для всех $q \in Q$ и $t > t_0$

$$\langle z_{ql}(t), p\rangle = \langle Z^0_{ql}, p\rangle + \int_{t_0}^t \langle u_q(s) - v_p, p\rangle ds \leqslant 0$$

и равенство возможно только в случае, если $u_q(s) = v_p$ почти всюду на $[t_0, t]$, но в этом случае $z_{ql}(t) = Z^0_{ql} \neq 0$. Если же $\langle z_{ql}(t), p\rangle < 0$, то $z_{ql}(t) \neq 0$. Следовательно, $z_{ql}(t) \neq 0$ для всех $t \in [t_0, \infty)$, $q \in Q$.

Оставшиеся $|I_l \setminus Q| = b_l - 1$ преследователей не могут осуществить одновременную b_l-кратную поимку убегающего E_l. □

Пример 1. В $\mathbb{R}^2$ рассмотрим игру Γ_1 12 лиц: преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_9$ и убегающих E_1, E_2, E_3 вида (1.1), где

$$X_i^0 = \begin{Vmatrix} \cos\dfrac{2\pi i}{3} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{3} \end{Vmatrix}, \quad i \in I_1 = \{1,2,3\}, \quad Y_1^0 = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \end{Vmatrix},$$

$$X_i^0 = \begin{Vmatrix} -100 + \cos\dfrac{2\pi i}{3} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{3} \end{Vmatrix}, \quad i \in I_2 = \{4,5,6\}, \quad Y_2^0 = \begin{Vmatrix} -100 \\ 0 \end{Vmatrix},$$

$$X_i^0 = \begin{Vmatrix} 100 + \cos\dfrac{2\pi i}{3} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{3} \end{Vmatrix}, \quad i \in I_3 = \{7,8,9\}, \quad Y_3^0 = \begin{Vmatrix} 100 \\ 0 \end{Vmatrix}.$$

Утверждение 1. *В игре* Γ_1 *возможна одновременная многократная поимка группы убегающих* E_1, E_2, E_3 *с кратностями* $(1,1,1)$, *причем поимка большей кратности невозможна.*

Пример 2. В $\mathbb{R}^2$ рассмотрим игру Γ_2 $16+2b$ лиц $(b \geqslant 1)$: преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_{13+2b}$ и убегающих E_1, E_2, E_3 вида (1.1), где $I_1 = \{1,2,3,4,5\}$, $I_2 = \{6,7,\ldots,12\}$ $(|I_2| = 7)$, $I_3 = \{13,14,\ldots,13+2b\}$ $(|I_3| = 1+2b)$,

$$X_i^0 = \begin{Vmatrix} \cos\dfrac{2\pi i}{5} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{5} \end{Vmatrix}, \quad i \in I_1, \quad Y_1^0 = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \end{Vmatrix},$$

$$X_i^0 = \begin{Vmatrix} -100 + \cos\dfrac{2\pi i}{7} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{7} \end{Vmatrix}, \quad i \in I_2 \quad Y_2^0 = \begin{Vmatrix} -100 \\ 0 \end{Vmatrix},$$

$$X_i^0 = \begin{Vmatrix} 100 + \cos\dfrac{2\pi i}{1+2b} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{1+2b} \end{Vmatrix}, \quad i \in I_3, \quad Y^0 = \begin{Vmatrix} 100 \\ 0 \end{Vmatrix}.$$

Отметим, что начальные позиции преследователей P_i, $i \in I_1$ образуют правильный пятиугольник с центром в начальной позиции убегающего E_1. Проверяя, получаем, что при $j = 1$ и $b_1 \leqslant 2$ условие 1 выполнено, а при $b_1 \geqslant 3$ не выполнено. Аналогично проверяем условие 1 при $j = 2, 3$.

Утверждение 2. *В игре* Γ_2 *возможна одновременная многократная поимка группы убегающих* E_1, E_2, E_3 *с кратностями* $(2,3,b)$, *причем поимка большей кратности невозможна.*

Пример 3. В $\mathbb{R}^3$ рассмотрим игру Γ_3 $2+3b$ лиц $(b \geqslant 1)$: преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_{1+3b}$ и убегающего E_1 вида (1.1), где

$$X_i^0 = \begin{Vmatrix} \cos\dfrac{2\pi i}{1+2b} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{1+2b} \\ 0 \end{Vmatrix}, \quad X_l^0 = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{Vmatrix}, \quad Y_1^0 = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Vmatrix},$$

$$i = 1,2,\ldots,1+2b, \quad l = 2+2b, 3+2b, \ldots, 1+3b, \quad I_1 = \{1,2,\ldots,1+3b\}.$$

Утверждение 3. *В игре* Γ_3 *возможна одновременная* b*-кратная поимка убегающего* E_1, *причем поимка большей кратности невозможна.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пшеничный Б.Н. Простое преследование несколькими объектами // Кибернетика. 1976. № 3. С. 145–146.
2. Григоренко Н.Л. Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М.: МГУ, 1990. 197 с.
3. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наукова думка, 1992. 380 с.
4. Петров Н.Н. Многократная поимка в примере Понтрягина с фазовыми ограничениями // Прикладная математика и механика. 1997. Т. 61. Вып. 5. С. 747–754.
5. Благодатских А.И., Петров Н.Н. Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов. Ижевск: Удмурт. ун-т, 2009. 266 с.
6. Благодатских А.И. Одновременная многократная поимка в задаче простого преследования // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73. Вып. 1. С. 54–59.

Поступила в редакцию 24.05.2012

Благодатских Александр Иванович, к. ф.-м. н., доцент, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.
E-mail: aiblag@mail.ru

A. I. Blagodatskikh

Simultaneous multiple capture of evaders in a simple group pursuit problem

Keywords: capture, multiple capture, simultaneous multiple capture, pursuit, evasion, differential games, conflict controlled processes.

Mathematical Subject Classifications: 49N70, 49N75

The present paper deals with the problem of simple pursuit of group of m evaders ($m \geqslant 1$) with equal opportunities. We say that a multiple capture in the problem of pursuit of one evader ($m = 1$) holds if the specified number of pursuers catch him, possibly at different times. The problem of the simultaneous capture of one evader requires that capture moments coincide. We introduce the concept of multiple simultaneous capture of the whole group of evaders ($m \geqslant 2$). We say that the simultaneous multiple capture of the whole group of evaders holds if the simultaneous multiple capture of every evader holds in the same time. We obtain necessary and sufficient conditions for simultaneous multiple capture of the whole group of evaders in terms of initial positions of the participants.

REFERENCES

1. Pshenichnyi B.N. Simple pursuit by several objects, *Kibernetika*, 1976, no. 3, pp. 145–146.
2. Grigorenko N.L. *Matematicheskie metody upravleniya neskol'kimi dinamicheskimi protsessami* (Mathematical methods of control multiple dynamic processes), Moscow: Moscow State University, 1990, 197 p.
3. Chikrii A.A. *Konfliktno upravlyaemye protsessy* (Conflict controlled processes), Kiev: Naukova dumka, 1992, 380 p.
4. Petrov N.N. Multiple capture in Pontryagin's problem with phase restrictions, *Prikl. Mat. Mekh.*, 1997, vol. 61, no. 5, pp. 747–754.
5. Blagodatskikh A.I., Petrov N.N. *Konfliktnoe vzaimodeistvie grupp upravlyaemykh ob"ektov* (Conflict interaction of groups of controlled objects), Izhevsk: Udmurt State University, 2009, 266 p.
6. Blagodatskikh A.I. Simultaneous multiple capture in a simple pursuit problem, *Prikl. Mat. Mekh.*, 2009, vol. 73, no. 1, pp. 54–59.

Received 24.05.2012

Blagodatskikh Aleksandr Ivanovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.
E-mail: aiblag@mail.ru