

УДК 532.529.5

© Р. Х. Болотнова, Э. Ф. Гайнуллина

## ОСОБЕННОСТИ ВОЗДЕЙСТВИЯ СФЕРИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА НА ГРАНИЦУ ГАЗА С ВОДНОЙ ПЕНОЙ

Проведено численное исследование процесса формирования сферического ударного импульса в газе и его взаимодействие с защитным барьером из водной пены, сопровождающееся образованием вихревых течений. Поставленная задача решена для случая двумерной осевой симметрии с использованием двухфазной газожидкостной модели, базирующейся на законах сохранения массы, импульса и энергии смеси и уравнении динамики объемного содержания фаз. Численное решение реализовано на базе открытого пакета OpenFOAM с применением стандартного решателя compressibleMultiphaseInterFoam, модифицированного в соответствии с условиями задачи и модельными представлениями. Дискретизация системы уравнений в выбранном солвере проведена методом контрольных объемов с применением вычислительного алгоритма Pimple. Показано значительное снижение интенсивности ударной волны при ее взаимодействии с преградой из водной пены и выявлены причины, приводящие к вихреобразованию в газовой области. Оценена достоверность полученных результатов сравнением с решением аналогичной задачи другими численными методами.

*Ключевые слова:* сферическая ударная волна, барьер водной пены, численное моделирование, пакет OpenFOAM.

DOI: [10.20537/vm180307](https://doi.org/10.20537/vm180307)

Ударные волны (УВ), являющиеся результатом взрывов высокой интенсивности, оказывают мощное разрушающее воздействие и приводят к экологическому ущербу и значительным материальным потерям. Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что водная пена, в силу своей высокой сжимаемости, может служить хорошей защитой от воздействия УВ, снижая интенсивность и скорость распространения ударного импульса. В связи с этим моделирование и исследование особенностей ударно-волновых процессов в газожидкостных структурах является актуальным научным направлением, связанным с решением проблем обеспечения шумоподавления и взрывобезопасности промышленных объектов.

Анализ зависимости демпфирующих свойств водных пен от различных факторов был проведен в теоретических и экспериментальных работах [1–3]. Вопросы динамики ударных волн в пузырьковых и пенных структурах в одномерном плоском приближении рассмотрены в [4, 5]. В [6] и [7] аналогичные задачи для двумерного осесимметричного приближения решены с использованием метода подвижных лагранжевых сеток. Численное моделирование сферического взрыва в водной пене для условий экспериментов [8] реализовано в [9] и [10], при этом достигнута удовлетворительная корреляция экспериментальных данных и численных решений. В работе [11] численно исследованы особенности формирования и эволюции интенсивных турбулентных вихревых колец, создаваемых поршневыми генераторами. В исследованиях [12] обнаружено, что прохождение УВ по неоднородному газу с нагретым слоем или пылевым облаком приводит к образованию вихрей.

Настоящая работа является продолжением исследований [7] по изучению воздействия сферического импульса давления на газовую область, содержащую слой водной пены, и анализу причин, приводящих к образованию вихревых течений. Поскольку в работе [7] при численном моделировании использовался метод подвижных лагранжевых сеток, недостатком которого является значительная деформация сеточной области с течением расчетного процесса, не позволяющая получать решение задачи для длительных временных интервалов, в настоящей работе в качестве современного метода компьютерного моделирования был выбран открытый пакет OpenFOAM [13], обеспечивающий существенное ускорение расчетов и получение решений

с высокой точностью для более протяженного рассматриваемого динамического процесса. Верификация пакета OpenFOAM проведена путем сопоставления полученных решений с расчетами аналогичной задачи с использованием лагранжева подхода в одномерном сферическом [10] и двумерном осесимметричном [7] приближениях.

### § 1. Основные уравнения и метод численного решения

Для моделирования исследуемых процессов рассматривалась цилиндрическая область с размерами  $x = 1$  м и  $y = 4$  м, ( $Ox$  — ось симметрии), заполненная газом ( $0 \text{ м} < x < 0.8 \text{ м}$ ) и содержащая слой водной пены толщиной  $0.2$  м ( $0.8 \text{ м} \leq x \leq 1 \text{ м}$ ) с начальным объемным водосодержанием  $\alpha_{10} = 0.1$  (схема расчетной области показана на рис. 1). Начальный импульс давления, формирующий ударную волну, задавался в виде:

$$p(x, y, z) = p_0 + \Delta p e^{-(x^2+y^2+z^2)/a^2}, \quad (1)$$

где  $\Delta p = 100$  МПа,  $p_0 = 0.1$  МПа,  $a = 0.15$  м. Начальная скорость среды равна нулю. На границах области задавались следующие условия:  $x = 0$  — плоскость симметрии,  $x = 1$  м — жесткая стенка,  $y = 4$  м — свободная поверхность.

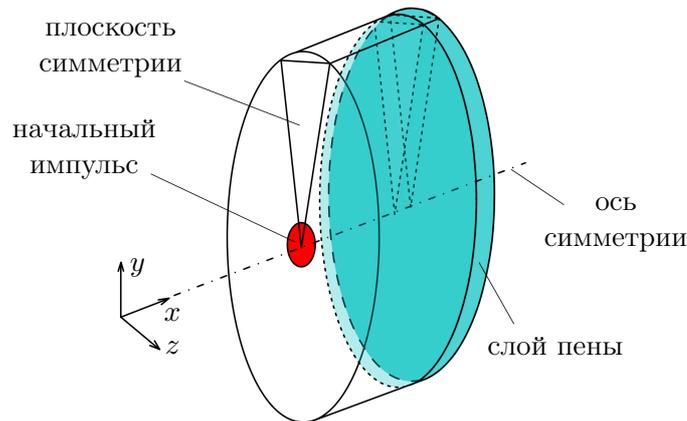


Рис. 1. Схема расчетной области

Система уравнений двухфазной сжимаемой среды, согласно условиям поставленной задачи, включает законы сохранения массы, импульса, внутренней энергии смеси и уравнение динамики объемного содержания фаз:

уравнение неразрывности смеси

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\rho = \rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2, \quad (3)$$

уравнение импульса смеси

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p, \quad (4)$$

уравнение внутренней энергии смеси [13]

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} + p \operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (5)$$

$$c_V = \left( \frac{\alpha_1}{c_{V1}} + \frac{\alpha_2}{c_{V2}} \right)^{-1}, \quad (6)$$

уравнение динамики объемного водосодержания

$$\frac{d\alpha_1}{dt} + \alpha_1 \operatorname{div} \vec{v} = - \left( \frac{\alpha_1 \psi_1}{\rho_1} \right) \frac{dp}{dt}, \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

где  $\alpha_i$ ,  $\rho_i$ ,  $\psi_i = 1/(R_i T)$ ,  $c_{Vi}$  — объемное содержание, плотность, сжимаемость, изохорная теплоемкость,  $R_i = R/\mu_i$  — индивидуальная газовая постоянная и  $\mu_i$  — молярная масса  $i$ -й фазы,  $i = 1, 2$  — обозначения жидкой и газовой фаз,  $\rho$ ,  $\vec{v}$ ,  $p$ ,  $T$  — плотность, скорость, давление и температура смеси.

Для описания свойств воды и газа принимаются уравнения состояния в виде [13]:

$$\rho_1 = p\psi_1 + \rho_{10}, \quad \rho_2 = p\psi_2. \quad (8)$$

Здесь и далее нижним индексом «0» обозначены параметры невозмущенного (нормального) состояния. В качестве начальных условий в газовой области (азоте) задавались близкие к используемым в [7] состояния в виде зависимости температуры от импульса давления (1):

$$T = \frac{p(x, y, z)\mu_2}{R_2\rho_{20}}.$$

Плотность водной фазы в двухфазной области (пене) определялась в соответствии с (8).

При решении пространственных газодинамических задач, связанных с взаимодействием ударных волн высокой интенсивности и образованием вихревых зон, становится возможным использование устойчивых конечно-разностных схем произвольно высокого порядка точности для систем уравнений гиперболического типа [14]. В настоящей работе численное решение уравнений (2)–(8) реализовано с помощью решателя compressibleMultiphaseInterFoam [13], применяемого для моделирования многофазных сжимаемых потоков. В выбранный решатель были внесены некоторые изменения в соответствии с начальными и граничными условиями и модельными уравнениями.

Дискретизация уравнений (2)–(8) проводилась методом контрольных объемов (МКО). В МКО расчетная пространственная область делится на конечное число непересекающихся дискретных контрольных объемов или ячеек, каждая из которых содержит только одну узловую точку. Законы сохранения, записанные в дифференциальной форме для эйлеровых переменных, интегрируются по каждому контрольному объему, что обеспечивает консервативность численной схемы. Значения искоемых переменных между узловыми точками определяются с использованием интерполяционных формул.

Преимущество выбранного решателя заключается в использовании итеративного метода Pimple, который значительно ускоряет расчеты и позволяет получать решение с заранее заданной точностью. В вычислительном алгоритме Pimple [13] последовательность расчетов после задания начальных условий разделяется на несколько этапов.

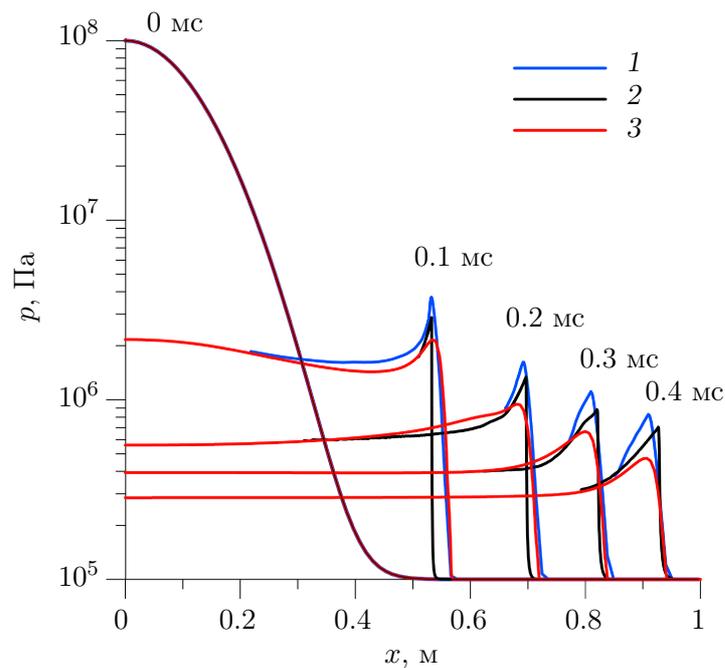
На первом этапе производится выбор временного шага, исходя из предельного значения числа Куранта, и осуществляется контроль окончания расчетов. Далее решается уравнение объемного водосодержания (7) для получения  $\alpha_1$  на новом временном шаге. На втором этапе (предикторе) производится пересчет плотности  $\rho$  (3) и теплоемкости смеси  $c_V$  (6) с учетом новых значений  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Затем решаются уравнение неразрывности (2) для получения нового значения плотности смеси  $\rho$ , уравнение импульса (4) относительно новых значений компонент вектора скорости смеси  $\vec{v}$  и уравнение энергии (5) для получения новой температуры смеси  $T$ . Далее рассчитываются текущие плотности воды  $\rho_1$  и газа  $\rho_2$  по уравнениям состояния (8). Цикл

предиктора выполняется до тех пор, пока не достигнуто заданное число итераций или условие сходимости решения. На третьем этапе (корректоре), являющемся частью второго этапа, производится согласование компонент вектора скорости, полученных при решении уравнения импульса (4) и уравнения неразрывности (2): истинные значения давления  $p$  и скорости  $\vec{v}$  представляются в виде суммы их текущих значений  $p^*$ ,  $\vec{v}^*$  и поправок  $p'$ ,  $\vec{v}'$ :

$$p = p^* + p', \quad \vec{v} = \vec{v}^* + \vec{v}'. \quad (9)$$

Из уравнения импульса (4) определяются истинные значения  $p$  и  $\vec{v}$ , представленные в форме (9), и, пренебрегая членами малого порядка, находится зависимость поправок компонент вектора скорости  $\vec{v}'$  от поправки к давлению  $p'$ , которая подставляется в уравнение неразрывности (2) для нахождения  $p'$ , затем из (9) находят  $\vec{v}'$  и истинные значения давления и скорости. Производится расчет текущих плотностей воды  $\rho_1$  и газа  $\rho_2$  по уравнениям состояния (8) и пересчитывается плотность смеси  $\rho$  (3) с учетом новых значений  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Как и на втором этапе, цикл корректора продолжается до тех пор, пока не достигнуто заданное число итераций или условие сходимости решения. Далее осуществляется присвоение переменным их новых значений, полученных в ходе расчетов, и происходит возвращение к первому этапу.

При разбиении расчетной сеточной области для поставленной задачи в плоскости  $Oxy$  генерировалась прямоугольная расчетная сетка, имеющая 500 узлов по оси  $Ox$  и 2000 — по оси  $Oy$ . Контроль сходимости результатов расчетов осуществлялся последовательным измельчением сетки и варьированием задаваемых параметров точности итерационного алгоритма.



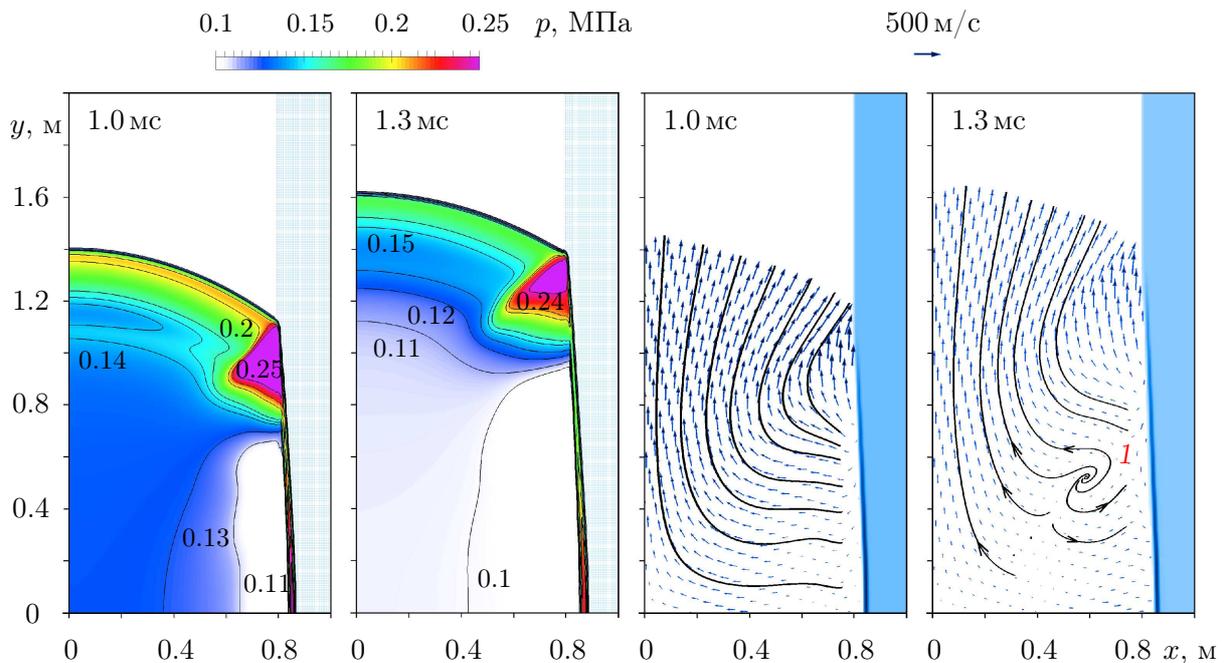
**Рис. 2.** Зависимости давления от расстояния в указанные моменты времени при формировании сферической УВ в газе, найденные с использованием различных численных методов: подвижных лагранжевых сеток [7] (1), сквозного счета в случае одномерной сферической симметрии [9, 10] (2) и пакета OpenFOAM [13] (3)

## § 2. Результаты расчетов

Для оценки достоверности результатов численного моделирования было проведено сравнение полученных решений для задачи о формировании сферической ударной волны в газовой области при задании начального импульса давления (1), соответствующего рассматриваемой задаче, с применением пакета OpenFOAM с решениями, полученными методом сквозного счета в приближении одномерной сферической симметрии [9, 10] и методом подвижных лагранжевых сеток [7] в двумерном осесимметричном случае, показанные на рис. 2 в указанные моменты

времени. Расчетные профили волн давления, полученные применением указанных численных методов, имеют удовлетворительное согласование как по амплитуде давления, так и по скорости распространения ударной волны.

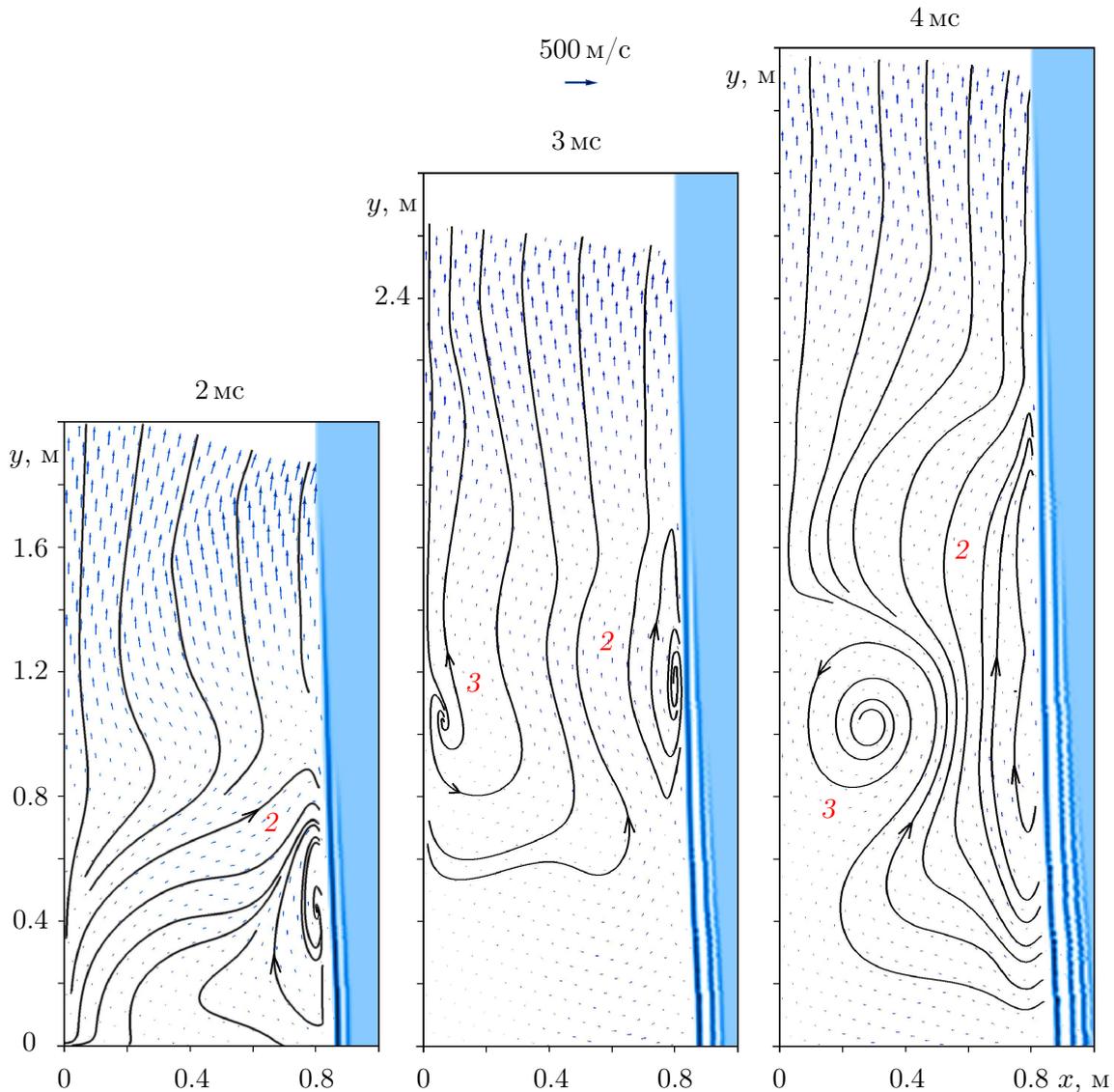
На рис. 3 в моменты времени  $t = 1.0$  и  $1.3$  мс приведено распределение давлений (левый фрагмент рис. 3), векторных полей скоростей и линий тока (правый фрагмент рис. 3), по которому можно оценить достоверность полученных решений в настоящей работе путем сравнения с результатами численного моделирования для аналогичной задачи, выполненной с привлечением альтернативного численного метода, основанного на подвижных лагранжевых сетках [7].



**Рис. 3.** Распределение полей давления (слева), скорости и линий тока (справа) при взаимодействии сферической ударной волны в газе с пенным барьером в моменты времени  $t = 1.0$  и  $1.3$  мс

Остановимся на особенностях процесса взаимодействия воздушного ударного импульса с барьером из водной пены, представленных на рис. 3 и 4. Голубым цветом выделена область, занимаемая слоем водной пены. Взаимодействие сферической УВ с пенным слоем вызывает сжатие пены, что сопровождается увеличением ее объемного водосодержания и значительным снижением скорости распространения фронта волны сжатия, проходящей в пенный слой. В зоне взаимодействия с УВ граница пены изгибается в сторону действия УВ. При этом пена как более плотная среда отражает волновой импульс в газовую область и препятствует прохождению УВ вглубь пенного слоя. Пиковые значения локального импульса давления в приграничной зоне газ–пена в моменты времени  $t = 1.0$  мс и  $1.3$  мс составляют  $0.25$  МПа и  $0.24$  МПа. В процессе отражения УВ от водной пены скорости в приграничной зоне меняют свое направление, что вызывает искривление линий тока и сопровождается усложнением картины волнового течения в газовой области. Дальнейшее развитие процесса способствует образованию в момент времени  $t = 1.2$  мс первого тороидального вихря (с учетом осесимметричной постановки задачи) и его «раскручиванию» против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega_1 \approx 400$  рад/с, который отображен на рис. 3 при  $t = 1.3$  мс. Дальнейшая динамика и развитие вихревых зон показана на рис. 4. К моменту времени  $t = 2$  мс первый вихрь перерождается во второй тороидальный вихрь вблизи пенной границы, который раскручивается по часовой стрелке. Имея меньшую угловую скорость  $\omega_2 \approx 300$  рад/с по сравнению с первым вихрем, он более устойчив, и его исчезновение определяется моментом времени  $t = 4$  мс. Образование третьего вихря фиксируется, начиная с  $t = 3$  мс, который, вращаясь против часовой стрелки, с течением времени

расширяется и приобретает угловую скорость  $\omega_3 \approx 150$  рад/с, охватывая широкую зону вблизи оси  $Oy$ .



**Рис. 4.** Формирование и эволюция вихревых зон в процессе взаимодействия сферической ударной волны в газе с пенным барьером в моменты времени  $t = 2, 3$  и  $4$  мс

В рассматриваемой постановке задачи основной причиной образования вихрей в газовой области является неустойчивость Рихтмайера–Мешкова [15, 16], которая развивается вследствие формирования пространственной неоднородности течения за счет отражения импульса давления от границы с пеной, искривления этой границы, появления зон низких давлений и малых скоростей, приводящих к искривлению линий тока.

### § 3. Заключение

Решена задача о воздействии сферического ударного импульса на газовую область, содержащую барьер водной пены, являющаяся продолжением исследований [7]. Получен более детальный, по сравнению с [7], анализ эволюции решения на большем временном интервале до 4 мс. Численное решение системы модельных уравнений двухфазной газожидкостной смеси проведено с использованием стандартного решателя `compressibleMultiphaseInterFoam` пакета

OpenFOAM, модифицированного в соответствии с условиями поставленной задачи в двумерном осесимметричном приближении. В результате численных исследований показано, что сжатие водной пены под действием УВ приводит к существенному снижению скорости фронта УВ и блокировке прохождения УВ в пенный слой, что способствует искривлению границы между газом и пеной и развитию неустойчивости Рихтмайера–Мешкова, которая сопровождается формированием серии тороидальных вихрей в газовой области. Достоверность полученных решений с использованием пакета OpenFOAM оценена их сравнением с результатами, реализованными при решении аналогичной задачи численными методами, ранее применяемыми авторами настоящего исследования [7, 9, 10].

**Финансирование.** Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ р\_а 17-41-020582 и средствами государственного бюджета по госзаданию 0246-2018-0002.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Britan A., Shapiro H., Liverts M., Ben-Dor G., Chinnayya A., Hadjadj A. Macro-mechanical modelling of blast wave mitigation in foams. Part I: review of available experiments and models // *Shock Waves*. 2013. Vol. 23. Issue 1. P. 5–23. DOI: [10.1007/s00193-012-0417-4](https://doi.org/10.1007/s00193-012-0417-4)
2. Бриман А.Б., Васильев Е.И., Куликовский В.А. Моделирование процесса ослабления ударной волны экраном из пены // *Физика горения и взрыва*. 1994. Т. 30. № 3. С. 135–142.
3. Васильев Е.И., Митичкин С.Ю., Тестов В.Г., Хайбо Ху. Динамика давления при ударном нагружении газожидкостных пен // *Журнал технической физики*. 1998. Т. 68. № 7. С. 19–23.
4. Болотнова Р.Х., Галимзянов М.Н., Агишева У.О. Моделирование процессов взаимодействия сильных ударных волн в газожидкостных смесях // *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*. 2011. № 2 (18). С. 3–14. <https://elibrary.ru/item.asp?id=16863578>
5. Bolotnova R.Kh., Galimzianov M.N., Topolnikov A.S., Agisheva U.O., Buzina V.A. Nonlinear effects in bubbly liquid with shock waves // *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*. 2012. Vol. 6. No. 8. P. 1095–1102. <http://waset.org/publications/14192>
6. Болотнова Р.Х., Агишева У.О. Пространственное моделирование динамики газожидкостной пены на подвижных лагранжевых сетках в условиях ударно-волнового воздействия // *Вычислительные методы и программирование*. 2014. Т. 15. Вып. 3. С. 427–440. <http://mi.mathnet.ru/vmp262>
7. Агишева У.О., Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф., Коробчинская В.А. Особенности вихреобразования при воздействии импульса давления на газовую область, ограниченную пенным слоем // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2016. № 6. С. 47–56. DOI: [10.7868/S0568528116060025](https://doi.org/10.7868/S0568528116060025)
8. Del Prete E., Chinnayya A., Domergue L., Hadjadj A., Haas J.-F. Blast wave mitigation by dry aqueous foams // *Shock Waves*. 2013. Vol. 23. No. 1. P. 39–53. DOI: [10.1007/s00193-012-0400-0](https://doi.org/10.1007/s00193-012-0400-0)
9. Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Численное моделирование сферического взрыва в пене // *Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН*. 2016. Т. 11. № 1. С. 60–65. DOI: [10.21662/uim2016.1.009](https://doi.org/10.21662/uim2016.1.009)
10. Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Исследование демпфирующих свойств водной пены под воздействием сферической ударной волны // *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*. 2017. № 2. С. 108–121. DOI: [10.21685/2072-3040-2017-2-9](https://doi.org/10.21685/2072-3040-2017-2-9)
11. Храпцов И.В., Писарев П.В., Пальчиковский В.В., Бульбович Р.В. Моделирование формирования и динамики вихревого кольца // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника*. 2014. № 39. С. 127–144. <https://elibrary.ru/item.asp?id=22533012>
12. Коротева Е.Ю., Иванов И.Э., Знаменская И.А. Развитие турбулентности за фронтом ударной волны при ее движении по неоднородной области // *Письма в ЖТФ*. 2012. Т. 38. № 11. С. 46–52.
13. OpenFOAM. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox. <http://www.openfoam.com>
14. Липанов А.М., Карсканов С.А., Ижболдин Е.Ю. Решение нестационарных задач аэродинамики на основе вычислительных алгоритмов высокого порядка аппроксимации // *Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки*. 2013. № 3. С. 140–150. DOI: [10.20537/vm130311](https://doi.org/10.20537/vm130311)

15. Мешков Е.Е. Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1969. № 5. С. 151–158.
16. Richtmyer R.D. Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids // Communications on Pure and Applied Mathematics. 1960. Vol. 13. P. 297–319. DOI: [10.1002/cpa.3160130207](https://doi.org/10.1002/cpa.3160130207)

Поступила в редакцию 25.06.2018

Болотнова Раиса Хакимовна, д. ф.-м. н., главный научный сотрудник, лаборатория «Механика многофазных систем», Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, 450054, Россия, г. Уфа, пр. Октября, 71.

E-mail: [bolotnova@anrb.ru](mailto:bolotnova@anrb.ru)

Гайнуллина Элина Фанилевна, младший научный сотрудник, лаборатория «Механика многофазных систем», Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, 450054, Россия, г. Уфа, пр. Октября, 71.

E-mail: [elina.gef@yandex.ru](mailto:elina.gef@yandex.ru)

*R. Kh. Bolotnova, E. F. Gainullina*

**Features of the impact of spherical shock impulse on the boundary of gas with aqueous foam**

**Citation:** *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2018, vol. 28, issue 3, pp. 364–372 (in Russian).

*Keywords:* spherical shock wave, aqueous foam barrier, numerical modeling, OpenFOAM package.

MSC2010: 76L04, 76T04, 76U04

DOI: [10.20537/vm180307](https://doi.org/10.20537/vm180307)

The formation process of a spherical shock impulse in gas and its interaction with a protective aqueous foam barrier, accompanied by formation of vortex flows, are numerically investigated. The problem is solved in a two-dimensional axisymmetric formulation using a two-phase model of a gas-liquid mixture, which includes the laws of conservation of mass, momentum and energy of the mixture and an equation for the dynamics of volume content of phases. The numerical implementation is carried out on the basis of the OpenFOAM package using the standard compressibleMultiphaseInterFoam solver, modified in accordance with the conditions of the problem and model representations. The discretization of the system of equations in the chosen solver is carried out by the method of finite volumes using the computational Pimple algorithm. A significant decrease in the intensity of the shock wave in its interaction with the aqueous foam barrier is shown and the causes leading to vortex formation in the gas region are revealed. The reliability of the results obtained is estimated by comparison with solutions of a similar problem by other numerical methods.

**Funding.** This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research under Grant 17–41–020582 and by the state budget funds for the state assignment 0246–2018–0002.

## REFERENCES

1. Britan A., Shapiro H., Liverts M., Ben-Dor G., Chinnayya A., Hadjadj A. Macro-mechanical modelling of blast wave mitigation in foams. Part I: review of available experiments and models, *Shock Waves*, 2013, vol. 23, issue 1, pp. 5–23. DOI: [10.1007/s00193-012-0417-4](https://doi.org/10.1007/s00193-012-0417-4)
2. Briman A.B., Vasil'ev E.I., Kulikovskii V.A. Modeling the process of shock-wave attenuation by a foam screen, *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 1994, vol. 30, issue 3, pp. 389–396. DOI: [10.1007/BF00789435](https://doi.org/10.1007/BF00789435)
3. Vasil'ev E.I., Mitichkin S.Yu., Testov V.G., Haibo Hu. Pressure dynamics during shock loading of aqueous foams, *Technical Physics*, 1998, vol. 43, no. 7, pp. 761–765. DOI: [10.1134/1.1259070](https://doi.org/10.1134/1.1259070)
4. Bolotnova R.Kh., Galimzianov M.N., Agisheva U.O. Simulation of a strong shock wave interaction process in gas liquid mixtures, *Izvestiya Vysshikh Uchebnukh Zavedenii. Povolzhskii Region. Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2011, no. 2 (18), pp. 3–14 (in Russian). <https://elibrary.ru/item.asp?id=16863578>

5. Bolotnova R.Kh., Galimzianov M.N., Topolnikov A.S., Agisheva U.O., Buzina V.A. Nonlinear effects in bubbly liquid with shock waves, *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, 2012, vol. 6, no. 8, pp. 1095–1102.  
<http://waset.org/publications/14192>
6. Bolotnova R.Kh., Agisheva U.O. Spatial modeling of water foam dynamics with moving Lagrangian grids under shock wave impact, *Vychislitel'nye Metody i Programirovanie*, 2014, vol. 15, no. 3, pp. 427–440 (in Russian). <http://mi.mathnet.ru/eng/vmp262>
7. Agisheva U.O., Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F., Korobchinskaya V.A. Features of vortex formation under the impact of a pressure pulse on a gas region bounded by the foam layer, *Fluid Dynamics*, 2016, vol. 51, no. 6, pp. 757–766. DOI: [10.1134/S0015462816060053](https://doi.org/10.1134/S0015462816060053)
8. Del Prete E., Chinnayya A., Domergue L., Hadjadj A., Haas J.-F. Blast wave mitigation by dry aqueous foams, *Shock Waves*, 2013, vol. 23, no. 1, pp. 39–53. DOI: [10.1007/s00193-012-0400-0](https://doi.org/10.1007/s00193-012-0400-0)
9. Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. The numerical modeling of spherical explosion in the foam, *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*, 2016, vol. 11, no. 1, pp. 60–65 (in Russian). DOI: [10.21662/uim2016.1.009](https://doi.org/10.21662/uim2016.1.009)
10. Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. A research of damping properties of aqueous foam under the impact of spherical shock waves, *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Povolzhskii Region. Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2017, no. 2, pp. 108–121 (in Russian). DOI: [10.21685/2072-3040-2017-2-9](https://doi.org/10.21685/2072-3040-2017-2-9)
11. Khrantsov I.V., Pisarev P.V., Pal'chikovskii V.V., Bul'bovich R.V. Modeling the formation and dynamics of a vortex ring, *Vestnik Permskogo Natsional'nogo Issledovatel'skogo Politekhnicheskogo Universiteta. Aerokosmicheskaya Tekhnika*, 2014, no. 39, pp. 127–144 (in Russian).  
<https://elibrary.ru/item.asp?id=22533012>
12. Koroteeva E.Yu., Ivanov I.E., Znamenskaya I.A. The development of turbulence behind a shock wave front moving in an inhomogeneous region, *Technical Physics Letters*, 2012, vol. 38, no. 6, pp. 519–522. DOI: [10.1134/S1063785012060089](https://doi.org/10.1134/S1063785012060089)
13. OpenFOAM. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox.  
<http://www.openfoam.com>
14. Lipanov A.M., Karskanov S.A., Izhboldin E.Yu. Solution of unsteady aerodynamics problems on the basis of the numerical algorithms of high-order approximation, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2013, issue 3, pp. 140–150 (in Russian). DOI: [10.20537/vm130311](https://doi.org/10.20537/vm130311)
15. Meshkov E.E. Instability of the interface of two gases accelerated by a shock wave, *Fluid Dynamics*, 1969, vol. 4, no. 5, pp. 101–104. DOI: [10.1007/BF01015969](https://doi.org/10.1007/BF01015969)
16. Richtmyer R.D. Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1960, vol. 13, pp. 297–319. DOI: [10.1002/cpa.3160130207](https://doi.org/10.1002/cpa.3160130207)

Received 25.06.2018

Bolotnova Raisa Khakimovna, Doctor of Physics and Mathematics, Chief Researcher, Laboratory of Multiphase Systems Mechanics, Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, pr. Oktyabrya, 71, Ufa, 450054, Russia.

E-mail: [bolotnova@anrb.ru](mailto:bolotnova@anrb.ru)

Gainullina Elina Fanilevna, Junior Researcher, Laboratory of Multiphase Systems Mechanics, Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, pr. Oktyabrya, 71, Ufa, 450054, Russia.

E-mail: [elina.gef@yandex.ru](mailto:elina.gef@yandex.ru)