

УДК 004.032.26, 539.3

© В. А. Конюхов, В. П. Матвеев, Р. А. Степанов

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ НАГРУЗКИ НА ПОВЕРХНОСТИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА ПО ДАННЫМ О ДЕФОРМАЦИЯХ

В настоящей работе рассматривается обратная задача механики деформируемого твердого тела, связанная с поиском граничных условий при известной информации о напряженно-деформируемом состоянии. Конкретный вариант обратной задачи заключается в поиске на поверхности тела точки приложения сосредоточенной нагрузки при известных в конечном числе точек значениях деформаций. В качестве примера рассматривается тонкая прямоугольная пластина, жестко закрепленная по двум противоположным сторонам. Для построения алгоритма решения рассматриваемой задачи используется сеть прямого распространения. Необходимая информация о деформациях находится на основе метода конечных элементов. Результатом выполненного исследования является комплексный анализ факторов, определяющих точность решения рассматриваемой задачи: конфигурации системы мониторинга, объема обучающих данных и фазы инициализации.

Ключевые слова: обратная задача, идентификация граничных условий, машинное обучение, многослойный перцептрон, локализация внешнего воздействия.

DOI: [10.35634/vm250309](https://doi.org/10.35634/vm250309)

Введение

В настоящее время модели машинного обучения активно разрабатываются и применяются для решения таких распространенных задач, как генерация текста и изображений, обработка естественного языка, управление беспилотными транспортными средствами и так далее. Благодаря способности выявлять закономерности и шаблоны в наборах данных методы машинного обучения рассматриваются в качестве инструмента решения задач механики деформированного твердого тела (МДТТ), в частности, в таких направлениях, как мониторинг состояния конструкций и сооружений [1] и численное моделирование напряженно-деформированного состояния (НДС) [2].

Применение моделей машинного обучения в задачах мониторинга позволяет организовать контроль за состоянием конструкции на основании различных данных, например, изображений [3] или численных показаний систем чувствительных элементов [4]. Нейронные сети, в частности, могут оказаться эффективным методом решения обратных задач МДТТ и потенциальной альтернативой трудоемким численным методам, например, обратному методу конечных элементов [5].

Класс обратных задач, рассматриваемый в данной работе, представляет собой определение различной информации об исследуемой системе: параметров материала, граничных условий, дефектов, предварительного напряженного состояния, деформированной формы — на основании известной информации об НДС, например, перемещений в некоторых точках системы [6]. Их ключевой особенностью является зависимость решения от исходных данных, содержанием и объемом которых непосредственно определяется как существование решения и его единственность, так и чувствительность к малым возмущениям входной информации [7]. Проблема отсутствия единственности в настоящее время сохраняет свое первостепенное значение и является предметом широкого спектра научных исследований [8,9].

В связи с тем, что основой для решения обратных задач является набор данных, представляющий собой в основном численные значения некоторых параметров системы, методы оптимизации и статистической обработки данных получили широкое применение в этой области [10]. Помимо этого, активно развиваются методы вычислительной механики, например, обратный метод конечных элементов, нашедший применение к задачам восстановления полей деформаций [11]. Однако наибольшее количество публикаций и научных изысканий, посвященных решению обратных задач, в настоящее время направлено на использование машинного обучения совместно с экспериментальными и численными методами МДТТ.

В качестве примера численного исследования в данном направлении стоит отметить работу [12], посвященную решению прямой и обратной задач МДТТ с помощью многослойного перцептрона (multilayer perceptron или MLP): определению формы деформированной пластины на основании известного внешнего воздействия и локализации действующей нагрузки по данным из ряда точек конечно-элементной модели. Авторами было сделано заключение о том, что MLP позволяет получать решение для обоих рассматриваемых задач. Однако точность решения, полученного с применением модели MLP для обратной задачи, в два раза превосходит решение прямой, что отражает высокую эффективность данного подхода в приложении к классу обратных задач МДТТ.

Задача локализации внешнего воздействия подробно рассмотрена в комплексном исследовании [13] на примере определения распределенной нагрузки, действующей на пластину из гиперупругого материала, на основании результатов измерений перемещений в конечном числе точек. Авторами проведен сравнительный анализ результатов использования различных моделей машинного обучения: полиномиальной регрессии, метода k ближайших соседей (k -nearest neighbors или k -NN), опорных векторов (support vector regression или SVR) и сетей прямого распространения. Все рассмотренные методы продемонстрировали чувствительность к колебаниям входных данных и конфигурациям измеряющей системы — количеству датчиков и их взаимному расположению.

Похожая оценка чувствительности моделей к колебаниям показаний датчиков является элементом экспериментального исследования трещин в горных породах [14] с применением оптической рефлектометрии в частотной области. Несмотря на то, что все рассмотренные алгоритмы обучения с учителем: SVR, MLP, метод градиентного бустинга и случайного леса, — так же продемонстрировали чувствительность к наличию шумов экспериментальных данных, метод случайного леса оказался наиболее устойчивым к помехам.

Подробный анализ применения комбинации волоконно-оптических датчиков (ВОД) и моделей машинного обучения для решения задач мониторинга НДС в области гражданского строительства был проведен авторами работы [15]. Отмечено, что наиболее часто используемое разбиение данных представляет собой 80 % на 20 %, соответственно, для обучения и тестирования моделей. Максимальная точность прогнозирования, достигнутая в рассмотренных работах, составила более 97 %, а самой распространенной моделью оказалась сверточная нейронная сеть.

Совместное использование ВОД с методами машинного обучения рассматривается для решения таких задач, как мониторинг неравномерной коррозии трубопроводов [16], создание мобильной системы классификации транспортных средств [17], определение величины их воздействия на дорожную поверхность при движении [18].

В настоящей работе проведен комплексный анализ влияния различных факторов, определяющих точность решения обратных задач МДТТ при использовании моделей MLP. В качестве примера рассмотрена модельная обратная задача локализации сосредоточенной нагрузки на основании данных, эквивалентных значениям деформаций в конечном числе точек. Исследовано влияние таких аспектов, как конфигурация системы мониторинга, объем

обучающих данных и фаза инициализации обучения.

§ 1. Постановка задачи и метод решения

В качестве модельного примера рассматривается процесс упругой деформации горизонтальной пластины под действием вертикальной нагрузки F , сосредоточенной в точке (x_F, z_F) . Для пластины приняты размеры $300 \times 150 \times 3$ мм и следующие механические характеристики: плотность 1050 кг/м^3 , модуль Юнга 2.2 ГПа , коэффициент Пуассона 0.35 .

В качестве граничных условий принимаются нулевые перемещения на противоположных коротких сторонах. Для исследования возможностей методов машинного обучения при решении обратных задач МДТТ принята проблема локализации нагрузки (x_F, z_F) на основе значений деформаций, известных в конечном наборе точек (см. рис. 1). Выбор модельной задачи обусловлен ее практической значимостью в системах деформационного мониторинга конструкций и возможностью экспериментальной демонстрации результатов математического моделирования.

Для решения поставленной задачи применяются искусственные нейронные сети, которые могут обучаться на данных, полученных из результатов решения прямой задачи. Численное моделирование НДС пластины было выполнено с применением метода конечных элементов в программном комплексе Ansys. Дискретизация тонкостенной пластины осуществлена с помощью четырехугольного объемного конечного элемента с квадратичной функцией аппроксимации перемещений. Форма конечного элемента и узлы построенной сетки показаны на выноске рис. 1. Подготовка данных для моделей машинного обучения проведена с помощью оригинального программного кода на языке Ansys Parametric Design Language или APDL.

Прямые задачи решались отдельно для нагрузок, приложенных в узлах сетки, расположенных на верхней поверхности пластины, при фиксированной величине сосредоточенной силы $F = 75 \text{ Н}$. Для дальнейшего анализа определялись значения деформаций ε_{xx} и ε_{zz} в выбранных четырех точках с координатами $(x_1 = 30 \text{ мм}, z_1 = 30 \text{ мм})$, $(x_2 = 120 \text{ мм}, z_2 = 30 \text{ мм})$, $(x_3 = 30 \text{ мм}, z_3 = 270 \text{ мм})$ и $(x_4 = 120 \text{ мм}, z_4 = 270 \text{ мм})$ (см. рис. 1). Конечным результатом подготовительного этапа является формирование набора данных из 15099 записей, каждая из которых содержит 8 значений деформаций (ε_n) и соответствующей пары значений координат точки приложения нагрузки. Значения деформаций в выделенных точках в дальнейшем будут называться входным вектором, а его компоненты — признаками. В силу линейности прямой задачи определения НДС значения деформаций для каждой отдельной точки приложения нагрузки пропорциональны величине интенсивности нагрузки.

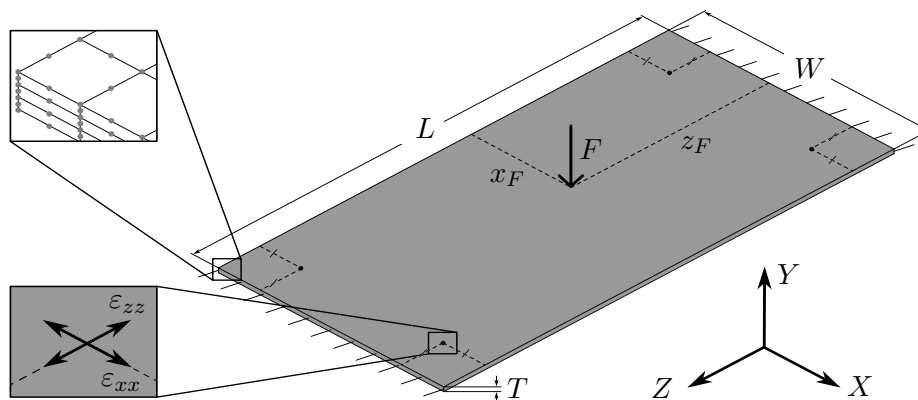


Рис. 1. Тонкостенная пластина под действием сосредоточенной нагрузки

Чтобы значения признаков были независимы от величины нагружения, в качестве входных векторов используются их нормированные значения

$$\varepsilon_n^{norm} = \frac{\varepsilon_n}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \varepsilon_n^2}}, \quad (1.1)$$

где ε_n^{norm} — компоненты нормированного входного вектора, $N = 8$ — количество признаков.

Значения нормированных деформаций в точке (x_1, z_1) , полученные при различном положении сосредоточенной силы, показаны на рис. 2. Стоит отметить существенную немонотонность распределения деформаций с множеством локальных экстремумов и перегибов поверхности, что подчеркивает трудность решения обратной задачи.

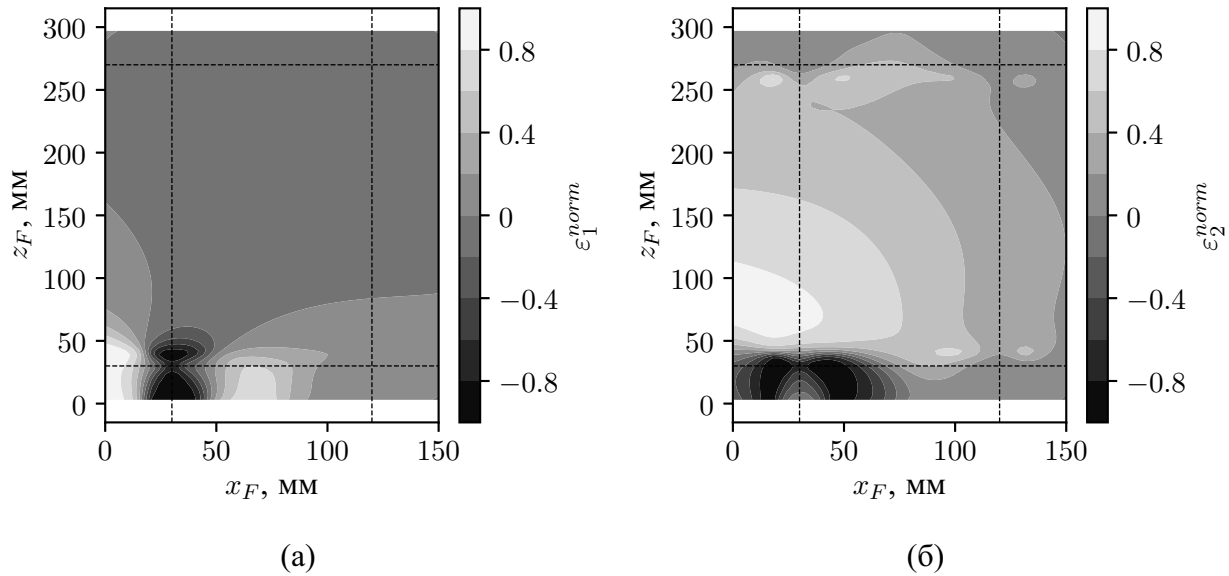


Рис. 2. Зависимость деформаций ε_1^{norm} (а) и ε_2^{norm} (б) в точке (x_1, z_1) при различном расположении сосредоточенной нагрузки

Решение задачи локализации внешнего воздействия, рассматриваемой в данной работе, получено с применением многослойного перцептрона. Данный класс моделей машинного обучения применяется в первую очередь для решения задач регрессионного анализа, а в контексте поставленной модельной обратной задачи МДТТ — для определения координат местоположения сосредоточенной силы по значениям деформаций.

Базовыми элементами MLP являются нейроны или узлы, которые сгруппированы в последовательность слоев и связаны между собой преобразованием

$$a_j^i = f_i \left(\sum_{k=1}^{m_{i-1}} w_{jk}^i a_k^{i-1} + b_j^i \right), \quad (1.2)$$

где a_j^i — значение j -го нейрона i -го слоя, m_i — количество нейронов i -го слоя, w_{jk}^i — вес связи j -го нейрона i -го слоя и k -го нейрона $i-1$ -го слоя, b_j^i — смещение j -го нейрона i -го слоя, $f_i(\cdot)$ — функция активации нейронов i -го слоя. Наиболее распространенной функцией активации в настоящее время является Rectified Linear Unit или ReLU

$$f(x) = \max(0, x), \quad (1.3)$$

где $\max$ — функция, возвращающая максимальное значение аргументов.

Архитектура MLP, используемая в данной работе, состоит из входного и выходного слоя, а также двух скрытых слоев (см. рис. 3). Общее количество обучаемых параметров составляет 1410 ед., из которых 1344 — весовые коэффициенты, 66 — смещения. Модели нейронных сетей, используемые в данной работе, созданы с применением открытой программной библиотеки для машинного обучения TensorFlow и, в частности, входящей в нее библиотеки Keras.

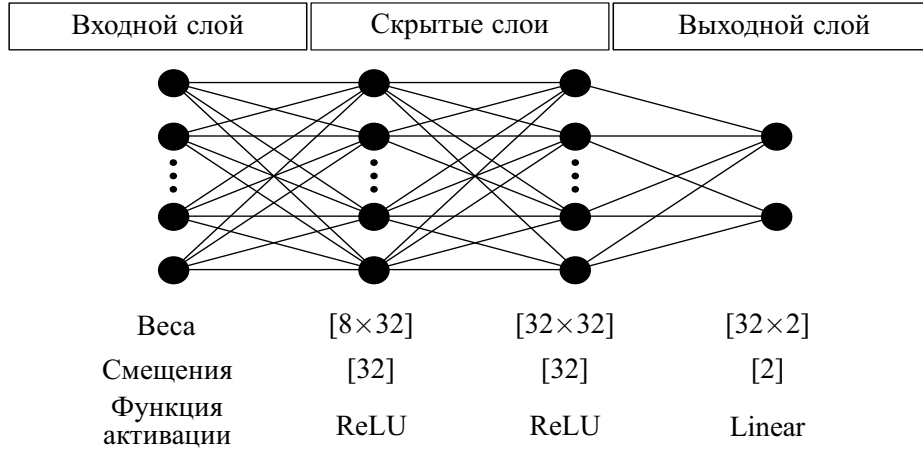


Рис. 3. Архитектура используемой модели нейронной сети

Заключительным этапом построения модели является инициация значений весовых коэффициентов и смещений случайным образом и их последующее уточнение с помощью оптимизационного алгоритма (обучения) с тем, чтобы для заданных на входном слое значений деформации, то есть $a_n^1 = \varepsilon_n^{norm}$, нейронная сеть выдавала значения нейронов на выходном слое (a_1^4, a_2^4) как можно ближе к точным значениям координат приложения нагрузки (x_F, z_F). В качестве целевых функций или функций потерь L , необходимых для поиска оптимальных весов и смещений, обычно используется средняя абсолютная ошибка (mean absolute error или MAE) или средняя квадратическая ошибка (mean squared error или MSE)

$$L^{MAE} = \frac{1}{qm_4} \sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^{m_4} |a_{i,j}^4 - a_{i,j}^{true}|, \quad (1.4)$$

$$L^{MSE} = \frac{1}{qm_4} \sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^{m_4} (a_{i,j}^4 - a_{i,j}^{true})^2,$$

где $a_{i,j}^4$ — значение i -го нейрона в выходном слое при j -м входном векторе из набора данных, $a_{i,j}^{true}$ — требуемый выход i -го нейрона модели при j -м входном векторе, q — количество выходных данных.

Неизвестные веса модели w_{jk}^i и b_j^i определяют с помощью различных алгоритмов, называемых оптимизаторами, в основе большинства из которых лежит метод градиентного спуска. Суть его заключается в определении градиента от функции потерь и изменение весовых коэффициентов по соотношениям

$$(w_{jk}^i)^{t+1} = (w_{jk}^i)^t - \eta \frac{\partial L}{\partial (w_{jk}^i)^t},$$

$$(b_j^i)^{t+1} = (b_j^i)^t - \eta \frac{\partial L}{\partial (b_j^i)^t}, \quad (1.5)$$

где $(w_{jk}^i)^{t+1}$ и $(b_j^i)^{t+1}$ — вес и смещение связи на $t+1$ итерации метода градиентного спуска, $(w_{jk}^i)^t$ и $(b_j^i)^t$ — вес и смещение связи на t итерации, η — скорость обучения, $\frac{\partial L}{\partial (w_{jk}^i)^t}$ и $\frac{\partial L}{\partial (b_j^i)^t}$ — градиенты функции потерь на t итерации.

Метод градиентного спуска является основой для таких распространенных оптимизаторов, как стохастический градиентный спуск (stochastic gradient descent или SGD), метод импульсов (momentum), root mean square propagation или RMSProp, Adam и другие [20]. В настоящей работе обучение моделей было проведено с применением алгоритма Adam [21].

Поставленная обратная задача может быть решена без использования MLP, например, путем поиска вектора ε_n , имеющегося в наборе данных, наиболее близкого к значениям деформаций на входе. В качестве меры близости могут быть также использованы значения MAE или MSE. В качестве решения задачи при таком подходе выступают координаты приложения нагрузки, соответствующие значениям ε_n с минимальным отклонением от заданных. Данный метод можно рассматривать как интерполяцию нулевого порядка, которая обычно дает ошибку порядка шага сетки данных. В работе он будет использован для проведения сравнительного анализа.

§ 2. Результаты применения нейронной сети

Обучение нейронной сети проводилось на случайно выбранных данных из общего набора. Обычно на практике обучающая выборка составляет примерно 60 % от общего объема данных. Остальные данные используются в проверочной (20 %) и тестовой выборках (20 %). В свою очередь данные обучающей выборки разбиваются на блоки, каждый из которых используется для оценки градиента и выполнения одной итерации оптимизационного алгоритма. Выполнение итераций для всех блоков называется эпохой. Обучение продолжается заданное количество эпох или до момента выполнения некоторого критерия, вычисляемого на основе значений функции потерь на данных проверочной выборки. Для идентификации эффектов переобучения или недообучения было проведено заведомо избыточное обучение на 200000 эпох. На рис. 4 можно видеть как в процессе обучения снижаются функции потерь для обучающей и проверочной выборки. В дальнейшем обучение было сокращено до 40000 эпох, так как продолжение не приводило к значимому увеличению точности.

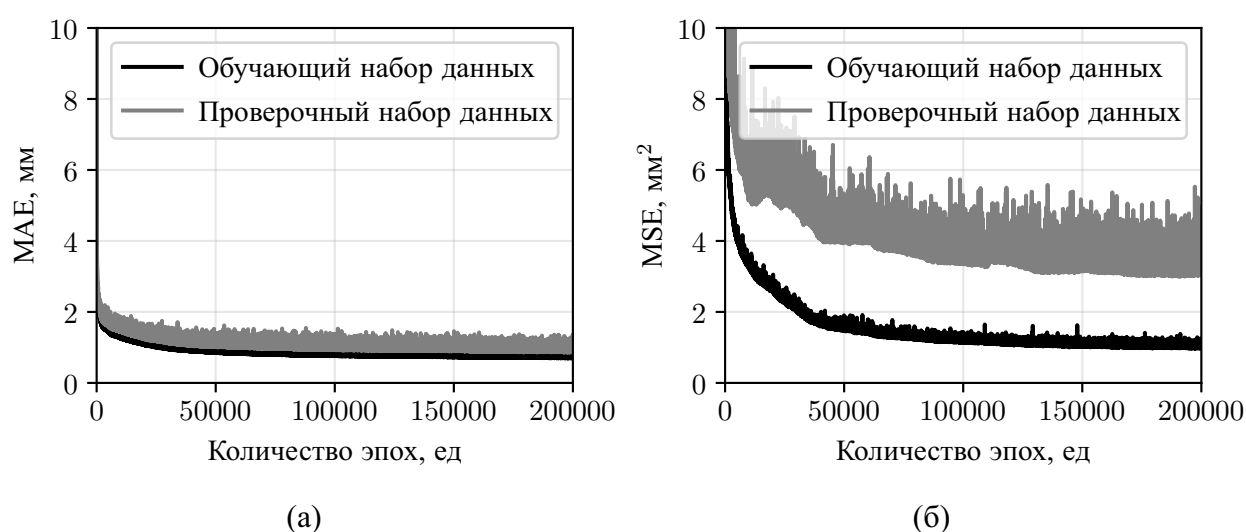


Рис. 4. Процесс обучения моделей MLP при использовании различных целевых функций L^{MAE} (а) и L^{MSE} (б)

Несмотря на общее снижение значения функции потерь, ошибка предсказания MLP для каждого отдельного варианта входных данных может существенно отличаться. В частности, используемые для глобальной оценки точности решения меры могут не отразить влияния локальных краевых эффектов, например, в области кинематических граничных условий или узлов, используемых для формирования данных. В связи с чем возникает необходимость оценки точности каждого частного решения, получаемого с помощью моделей нейронных сетей. Ошибку каждого отдельного предсказания для рассматриваемой обратной задачи наиболее естественно определить как расстояние между точкой истинного положения нагрузки и точкой, полученной на выходе из MLP

$$\delta = \sqrt{(a_1^4 - x_F)^2 + (a_2^4 - z_F)^2}. \quad (2.1)$$

Ошибка или отклонение δ при данном определении имеет четкий геометрический смысл и может быть сопоставлена с шагом сетки, на которой были получены исходные данные. На панелях (а) и (б) рис. 5 показаны распределения ошибки δ при использовании MLP с разными функциями потерь. Для сравнения на панелях (в) и (г) показана ошибка локализации нагрузки без применения нейронной сети. Пересечениями пунктирных линий отмечено расположение узлов, используемых при формировании исходного набора данных.

Полученные результаты наглядно демонстрируют, что точность локализации внешней нагрузки в основной части пластины порядка 1 мм. Однако в окрестности измерения деформаций имеются существенные выбросы δ . Аналогичный характер распределения δ получается и без применения MLP. Данное наблюдение согласуется с тем, что большие значения δ расположены в области больших градиентов полей ε_n^{norm} (см. рис. 2). Наличие областей с большим значением ошибки может быть связано как с фундаментальными ограничениями обратных задач механики деформируемого твердого тела, например, отсутствием единственности решения для некоторых локализованных участков пластины, так и с неполнотой и нерегулярностью используемых данных.

Точность подхода в целом можно оценить по средним значениям ошибок, вычисленных на тестовом наборе данных, который не был использован в процессе обучения моделей (см. таблицу 1). Видно, что MLP с функцией потерь L^{MSE} демонстрирует наиболее высокую точность локализации нагрузки с отклонением меньше минимального шага сетки данных. Несколько удивительно, что метод интерполяции нулевого порядка не смог достигнуть этого значения. Это еще раз подчеркивает сложность поставленной задачи.

Таблица 1. Средние значения ошибки δ на тестовом наборе данных при использовании различных вариантов решения задачи

Целевая функция	Модель MLP		Метод интерполяции	
	MAE	MSE	minAE	minSE
MAE δ , мм	1.62	1.28	2.53	2.58
RMSE δ , мм	3.27	2.26	4.18	4.22

2.1. Оценка влияния конфигурации системы мониторинга

Важным элементом является оценка влияния количества измеряемых точек и их взаимного расположения на точность локализации внешней нагрузки с помощью моделей MLP. Для соответствующего исследования были подготовлены наборы данных, эквивалентные различным конфигурациям системы мониторинга, путем исключения из исходной выборки показаний деформаций соответствующих узлов конечно-элементной модели, нормализации полученных данных и последующем обучении моделей нейронных сетей.

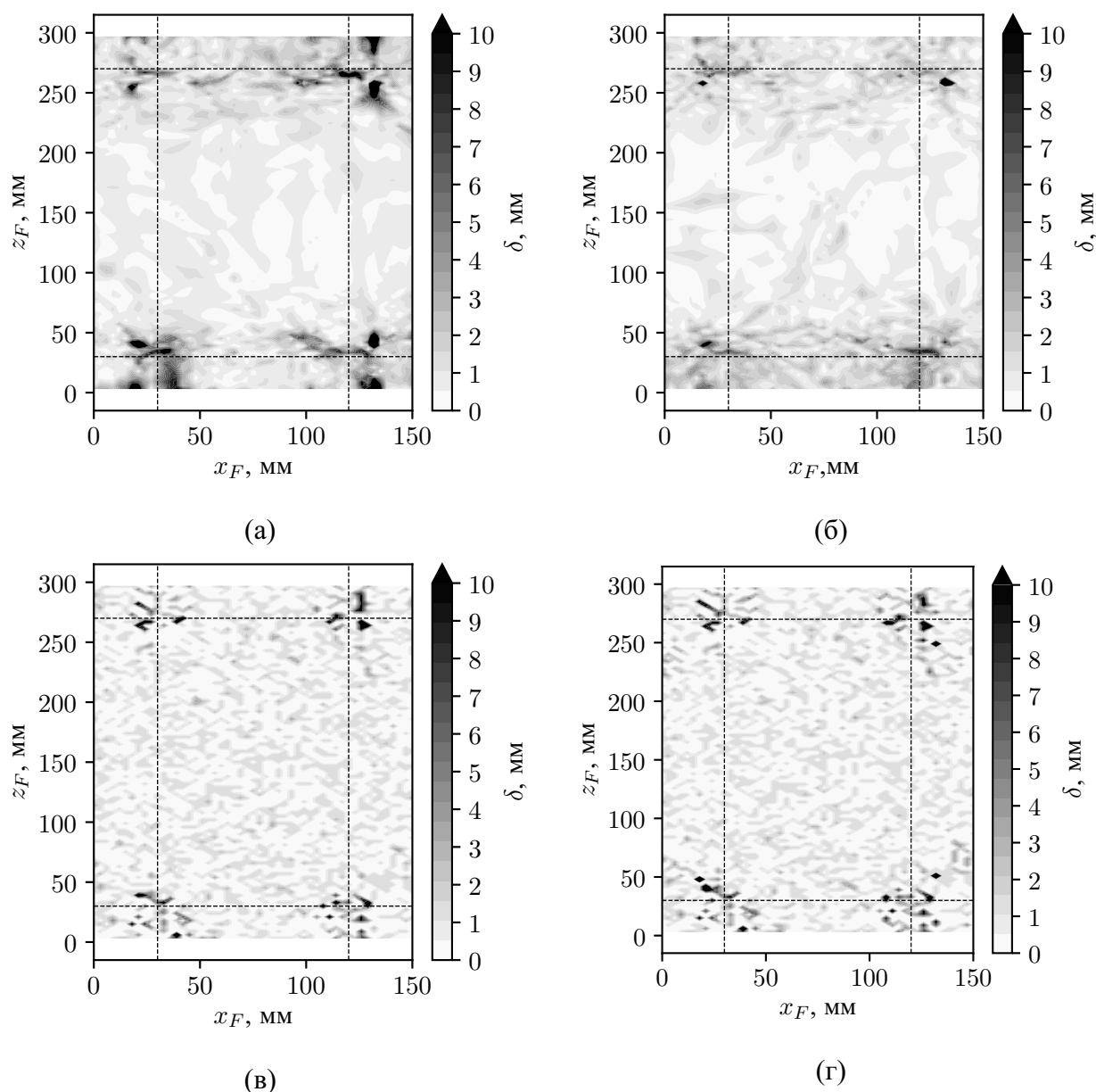


Рис. 5. Распределения ошибок δ при применении MLP, обученных при целевых функциях MAE (а) и MSE (б), и при применении интерполяции с минимизацией MAE (в) и MSE (г)

Анализ распределений ошибок (см. рис. 6) показал, что конфигурация системы мониторинга обладает существенным влиянием на точность локализации внешнего воздействия в различных областях пластины. Наибольшие метрики MAE и RMSE были достигнуты при расположении измеряемых узлов на одной диагонали пластины (см. рис. 6, б), что подтверждает результаты работы [13].

Количественное сравнение точности MLP для различных конфигураций можно оценить по средним значениям ошибки, представленной в таблице 2.

2.2. Оценка влияния объема обучающих данных и фазы инициализации

Обучение какой-либо модели машинного обучения связано с решением задачи оптимизации, включающим в себя обработку некоторого объема обучающих данных и присвоение начальных значений весовым коэффициентам и смещениям при инициализации процесса обучения. Данные факторы могут оказаться ключевыми при рассмотрении таких вопросов, как повторяемость результатов и объем обучающих данных, необходимый для подготовки моделей.

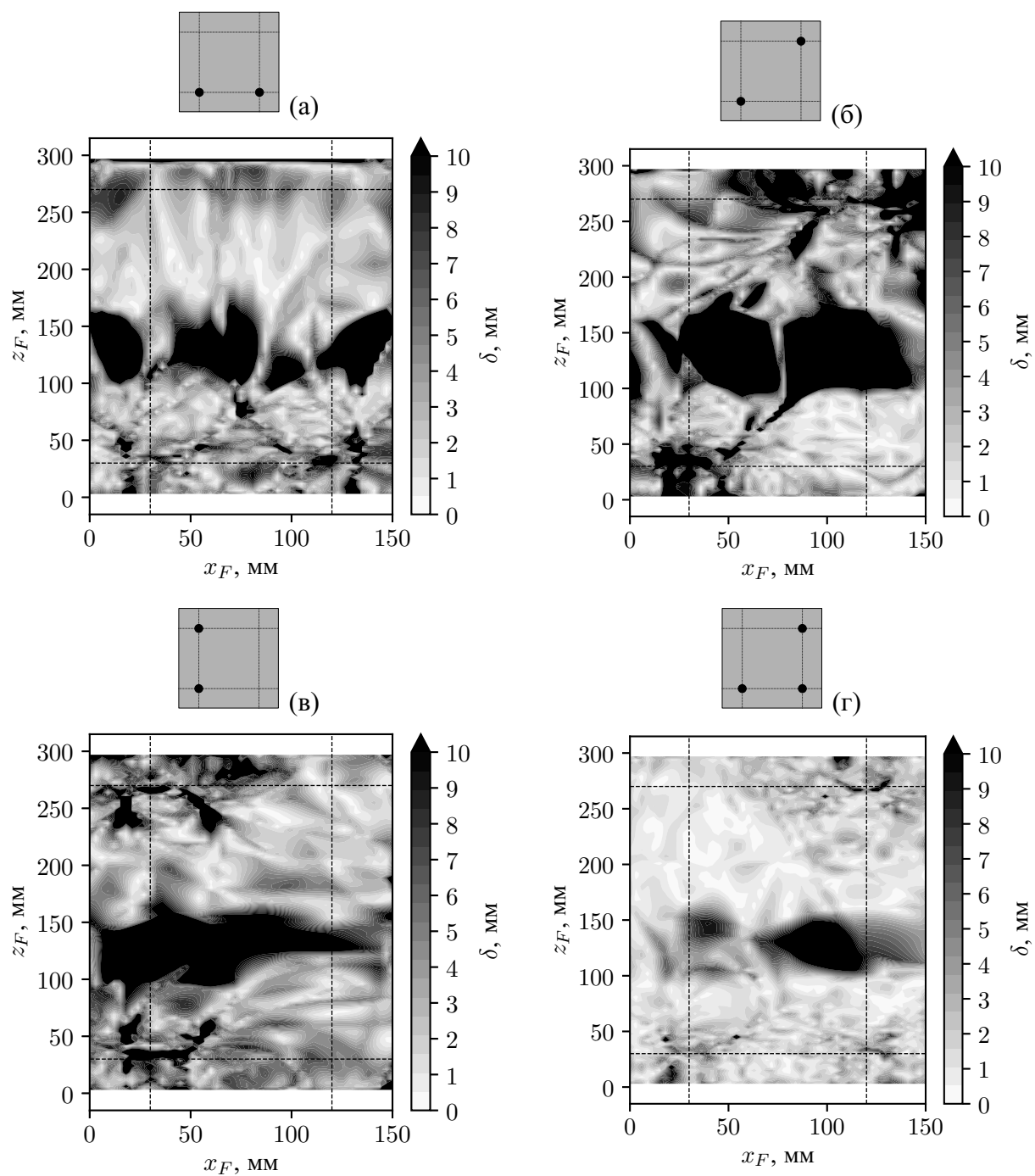
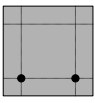
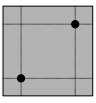
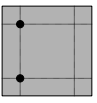
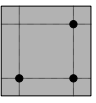


Рис. 6. Распределения ошибок δ исследуемых конфигураций измерительной системы. В случаях (а), (б) и (в) использованы две точки измерения деформаций, (г) — три точки. Расположение измеряемых точек обозначено сверху

Таблица 2. Средние значения ошибки δ на тестовом наборе данных при использовании различных конфигураций системы мониторинга

Конфигурация				
MAE δ , мм	6.31	11.19	6.33	2.64
RMSE δ , мм	11.35	31.36	9.57	4.04

Комплексное рассмотрение влияния данных факторов проведено путем сравнительного анализа результатов обучения серии моделей MLP одинаковой архитектуры при постоянных параметрах обучения, но на различном наборе обучающих данных. Создание новых выборок реализовано путем последовательного отбора части исходных данных с обеспечением полной вложенности малых наборов в большие. На каждом из них обучены по пять моделей MLP. Статистическая обработка результатов тестирования была выполнена с учетом доверительной вероятности $\alpha = 95\%$.

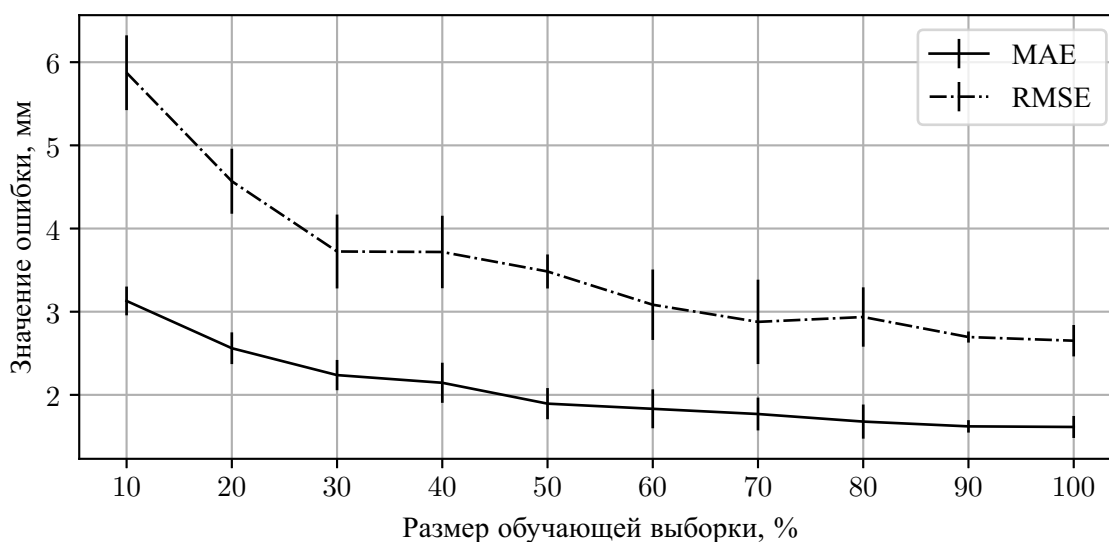


Рис. 7. Зависимость метрик MAE и RMSE, полученных на тестовом наборе данных, от размера обучающей выборки

Анализ результатов обучения (см. рис. 7) показал наличие нелинейной зависимости точности получаемого решения от набора обучающих данных. Снижение обучающей выборки до 60 % от исходного объема увеличивает среднюю абсолютную ошибку, полученную на тестовом наборе данных, на 13 %–16 % в зависимости от рассматриваемого параметра. Дальнейшее сокращение до 10 % снижает точность локализации нагрузки более чем в два раза, относительно исходной. Это позволяет рассмотреть возможность снижения объема данных и, как следствие, вычислений, необходимых для их подготовки, с сохранением достаточной точности локализации нагрузки.

При рассмотрении влияния фазы инициализации было получена относительная ошибка, изменяющаяся в диапазоне от 3 % до 18 %, что отражает удовлетворительную устойчивость и стабильность обучения принятой модели к начальным параметрам.

§ 3. Заключение

Рассмотрены некоторые аспекты задачи локализации нагрузки, действующей на тонкостенную пластину, определяющие точность ее решения при применении классической модели машинного обучения — нейронной сети или многослойного перцептрона. Результаты численного моделирования и подготовленная методика имеют возможность практического применения при разработке систем мониторинга напряженного-деформированного состояния конструкций и сооружений.

Наглядно продемонстрирована необходимость более детального рассмотрения окрестностей точек, используемых для измерений параметров напряженно-деформированного состояния, при подготовке моделей машинного обучения в связи с существенным снижением точности локализации нагрузки в данных областях. Исследовано влияние объема обучающих данных и фазы инициализации начальных значений на точность решения, получаемого моделями нейронных сетей. Полученная нелинейная зависимость отражает возможность снижения необходимого объема обучающих данных без существенной потери точности решения поставленной обратной задачи.

Дополнительно рассмотрено влияние конфигурации системы мониторинга — количества датчиков и их взаимного расположения. Отражено существенное влияние данного фактора на точность решения поставленной задачи локализации нагрузки, что приводит к необходимости разработки требований или рекомендаций к конфигурациям систем мониторинга НДС, основанных на комплексном анализе исследуемого объекта.

Финансирование. Работа выполнена в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение №075-15-2024-535 от 23.04.2024).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chen Junjie, Chan I., Brilakis I. Shifting research from defect detection to defect modeling in computer vision-based structural health monitoring // *Automation in Construction*. 2024. Vol. 164. 105481. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2024.105481>
2. Hu Haoteng, Qi Lehua, Chao Xujiang. Physics-informed Neural Networks (PINN) for computational solid mechanics: Numerical frameworks and applications // *Thin-Walled Structures*. 2024. Vol. 205. Part B. 112495. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.112495>
3. Zhuang Haiyan, Cheng Yikai, Zhou Man, Yang Zhenjun. Deep learning for surface crack detection in civil engineering: A comprehensive review // *Measurement*. 2025. Vol. 248. 116908. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2025.116908>
4. Klotz T., Pothier R., Walch D., Colombo T. Prediction of the business jet Global 7500 wing deformed shape using fiber Bragg gratings and neural network // *Results in Engineering*. 2021. Vol. 9. 100190. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2020.100190>
5. Wu Maoqi, Tan Shujun. Inverse finite element method with energy-based regularization for deformation reconstruction and structural health monitoring // *Thin-Walled Structures*. 2024. Vol. 199. 111859. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.111859>
6. Гришакин В. Т. Идентификация усилий в опорах многопролетных балок // *Труды МАИ*. 2023. № 132. 2. <https://elibrary.ru/item.asp?id=54797299>
7. Ватульян А. О., Нестеров С. А. Коэффициентные обратные задачи механики. Том 1. М.: Физматлит, 2019. <https://elibrary.ru/item.asp?id=40432895>
8. Long Xu, Li Yaxi, Shen Ziyi, Su Yutai, Gu Tang, Siow Kim S. Review of uniqueness challenge in inverse analysis of nanoindentation // *Journal of Manufacturing Processes*. 2024. Vol. 131. P. 1897–1916. <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2024.10.005>

9. Zhou Yekai, Shi Xinghua, Zhang Yin. Defect and its inverse problems in 1D and 2D materials // Materials Science and Engineering: B. 2024. Vol. 307. 117516. <https://doi.org/10.1016/j.mseb.2024.117516>
10. Reddy R. S., Arepally D., Datta A. K. Inverse problems in food engineering: A review // Journal of Food Engineering. 2022. Vol. 319. 110909. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2021.110909>
11. Cui Rongpeng, Li Chuntong, Wei Pengyu, Luo Xiaomeng, Wang Deyu. Nonlinear inverse finite element method for large deformation reconstruction of hull structures // Ocean Engineering. 2025. Vol. 334. 121530. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.121530>
12. Морковин А. В., Вейна В. С. Разработка методики решения задач прогнозирования деформированной формы пластины под действием нагрузки при помощи нейронных сетей // Вестник Инженерной школы ДВФУ. 2022. № 3 (52). С. 3–11. <https://doi.org/10.24866/2227-6858/2022-3/3-11>
13. Khosrowpour E., Hematiyan M. R. Distributed load identification for hyperelastic plates using gradient-based and machine learning methods // Acta Mechanica. 2024. Vol. 235. Issue 5. P. 3271–3291. <https://doi.org/10.1007/s00707-024-03881-7>
14. Zhao Shuai, Lin Shao-Qun, Tan Dao-Yuan, Zhu Hong-Hu, Yin Zhen-Yu, Yin Jian-Hua. Smart prediction of rock crack opening displacement from noisy data recorded by distributed fiber optic sensing // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. 2025. Vol. 17. Issue 5. P. 2619–2632. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2024.09.009>
15. Jayawickrema U. M. N., Herath H. M. C. M., Hettiarachchi N. K., Sooriyaarachchi H. P., Epaarachchi J. A. Fibre-optic sensor and deep learning-based structural health monitoring systems for civil structures: A review // Measurement. 2022. Vol. 199. 111543. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.111543>
16. Liu Yiming, Tan Xiao, Bao Yi. Machine learning-assisted intelligent interpretation of distributed fiber optic sensor data for automated monitoring of pipeline corrosion // Measurement. 2024. Vol. 226. 114190. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2024.114190>
17. Hu Yi, Zhang Hongwei, Gao Yuan, Yang Qun. Neural networks-based convenient fiber optic sensing system for vehicle classification // KSCE Journal of Civil Engineering. 2025. Vol. 29. Issue 4. 100043. <https://doi.org/10.1016/j.kscej.2024.100043>
18. Liao Menghui, Liang Sheng, Luo Rong, Chen Yu. The moving load identification method on asphalt roads based on the BP neural network and FBG sensor monitoring // Construction and Building Materials. 2023. Vol. 378. 131216. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.131216>
19. Ba J. L., Kiros J. R., Hinton G. E. Layer normalization // arXiv:1607.06450v1 [stat.ML]. 2016. <https://arxiv.org/abs/1607.06450>
20. Zhang Aston, Lipton Z. C., Li Mu, Smola A. J. Dive into deep learning. Cambridge University Press, 2023. <https://d2l.ai>
21. Kingma D. P., Ba J. Adam: A method for stochastic optimization // arXiv:1412.6980v9 [cs.LG]. 2017. <https://arxiv.org/abs/1412.6980>

Поступила в редакцию 09.07.2025

Принята к публикации 04.09.2025

Конюхов Владислав Авенирович, инженер-исследователь, лаборатория интеллектуального мониторинга, Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Россия, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-5939-2180>

E-mail: koniukhov.v@icmm.ru

Матвеев Валерий Павлович, д. т. н., профессор, главный научный сотрудник, Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Россия, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2787-6558>

E-mail: mvp@icmm.ru

Степанов Родион Александрович, д. ф.-м. н., профессор, ведущий научный сотрудник, Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Россия, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8098-0720>

E-mail: rodion@icmm.ru

Цитирование: В. А. Конюхов, В. П. Матвеев, Р. А. Степанов. Применение нейронных сетей для локализации сосредоточенной нагрузки на поверхности деформируемого тела по данным о деформациях // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2025. Т. 35. Вып. 3. С. 469–484.

V. A. Konyukhov, V. P. Matveenko, R. A. Stepanov

Application of neural networks for localization a concentrated load on the surface of a deformable body based on strain data

Keywords: inverse problem, identification of boundary conditions, machine learning, multilayer perceptron, localization of external influence.

MSC2020: 68T07, 74S99

DOI: [10.35634/vm250309](https://doi.org/10.35634/vm250309)

In this paper, we consider an inverse problem of deformable solid mechanics related to the search for boundary conditions with known information about the stress-strain state. A specific version of the inverse problem consists in finding the point of application of a concentrated load on the surface of the body with deformation values known at a finite number of points. As an example, we consider a thin rectangular plate rigidly fixed on two opposite sides. A feedforward neural network is used to build an algorithm for solving the problem under consideration. The necessary information about deformations is based on the finite element method. The result of the performed research is a comprehensive analysis of the factors determining the accuracy of solving the problem under consideration: the configurations of the monitoring system, the amount of training data and the initialization phase.

Funding. The work was carried out as part of a major scientific project funded by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Agreement No. 075-15-2024-535 dated 23 April 2024).

REFERENCES

1. Chen Junjie, Chan I., Brilakis I. Shifting research from defect detection to defect modeling in computer vision-based structural health monitoring, *Automation in Construction*, 2024, vol. 164, 105481. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2024.105481>
2. Hu Haoteng, Qi Lehua, Chao Xujiang. Physics-informed Neural Networks (PINN) for computational solid mechanics: Numerical frameworks and applications, *Thin-Walled Structures*, 2024, vol. 205, part B, 112495. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.112495>
3. Zhuang Haiyan, Cheng Yikai, Zhou Man, Yang Zhenjun. Deep learning for surface crack detection in civil engineering: A comprehensive review, *Measurement*, 2025, vol. 248, 116908. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2025.116908>
4. Klotz T., Pothier R., Walch D., Colombo T. Prediction of the business jet Global 7500 wing deformed shape using fiber Bragg gratings and neural network, *Results in Engineering*, 2021, vol. 9, 100190. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2020.100190>
5. Wu Maoqi, Tan Shujun. Inverse finite element method with energy-based regularization for deformation reconstruction and structural health monitoring, *Thin-Walled Structures*, 2024, vol. 199, 111859. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.111859>
6. Grishakin V.T. Identification of forces in the supports of multi-span beams, *Trudy MAI*, 2023, no. 132, 2 (in Russian). <https://elibrary.ru/item.asp?id=54797299>
7. Vatul'yan A.O., Nesterov S.A. *Koeffitsientnye obratnye zadachi mekhaniki. Tom 1* (Coefficient inverse problems of mechanics. Vol. 1), Moscow: Fizmatlit, 2019. <https://elibrary.ru/item.asp?id=40432895>
8. Long Xu, Li Yaxi, Shen Ziyi, Su Yutai, Gu Tang, Siow Kim S. Review of uniqueness challenge in inverse analysis of nanoindentation, *Journal of Manufacturing Processes*, 2024, vol. 131, pp. 1897–1916. <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2024.10.005>
9. Zhou Yekai, Shi Xinghua, Zhang Yin. Defect and its inverse problems in 1D and 2D materials, *Materials Science and Engineering: B*, 2024, vol. 307, 117516. <https://doi.org/10.1016/j.mseb.2024.117516>
10. Reddy R.S., Arepally D., Datta A.K. Inverse problems in food engineering: A review, *Journal of Food Engineering*, 2022, vol. 319, 110909. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2021.110909>

11. Cui Rongpeng, Li Chuntong, Wei Pengyu, Luo Xiaomeng, Wang Deyu. Nonlinear inverse finite element method for large deformation reconstruction of hull structures, *Ocean Engineering*, 2025, vol. 334, 121530. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.121530>
12. Morkovin A. V., Veyna V. S. Development of a methodology for solving problems of predicting the deformed shape of a plate under load using neural networks, *Far Eastern Federal University: School of Engineering Bulletin*, 2022, no. 3 (52), pp. 3–11 (in Russian). <https://doi.org/10.24866/2227-6858/2022-3/3-11>
13. Khosrowpour E., Hematiyan M. R. Distributed load identification for hyperelastic plates using gradient-based and machine learning methods, *Acta Mechanica*, 2024, vol. 235, issue 5, pp. 3271–3291. <https://doi.org/10.1007/s00707-024-03881-7>
14. Zhao Shuai, Lin Shao-Qun, Tan Dao-Yuan, Zhu Hong-Hu, Yin Zhen-Yu, Yin Jian-Hua. Smart prediction of rock crack opening displacement from noisy data recorded by distributed fiber optic sensing, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2025, vol. 17, issue 5, pp. 2619–2632. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2024.09.009>
15. Jayawickrema U. M. N., Herath H. M. C. M., Hettiarachchi N. K., Sooriyaarachchi H. P., Epaarachchi J. A. Fibre-optic sensor and deep learning-based structural health monitoring systems for civil structures: A review, *Measurement*, 2022, vol. 199, 111543. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.111543>
16. Liu Yiming, Tan Xiao, Bao Yi. Machine learning-assisted intelligent interpretation of distributed fiber optic sensor data for automated monitoring of pipeline corrosion, *Measurement*, 2024, vol. 226, 114190. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2024.114190>
17. Hu Yi, Zhang Hongwei, Gao Yuan, Yang Qun. Neural networks-based convenient fiber optic sensing system for vehicle classification, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2025, vol. 29, issue 4, 100043. <https://doi.org/10.1016/j.kscej.2024.100043>
18. Liao Menghui, Liang Sheng, Luo Rong, Chen Yu. The moving load identification method on asphalt roads based on the BP neural network and FBG sensor monitoring, *Construction and Building Materials*, 2023, vol. 378, 131216. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.131216>
19. Ba J. L., Kiros J. R., Hinton G. E. Layer normalization, *arXiv:1607.06450v1 [stat.ML]*, 2016. <https://arxiv.org/abs/1607.06450>
20. Zhang Aston, Lipton Z. C., Li Mu, Smola A. J. *Dive into deep learning*, Cambridge University Press, 2023. <https://d2l.ai>
21. Kingma D. P., Ba J. Adam: A method for stochastic optimization, *arXiv:1412.6980v9 [cs.LG]*, 2017. <https://arxiv.org/abs/1412.6980>

Received 09.07.2025

Accepted 04.09.2025

Vladislav Avenirovich Konyukhov, Research Engineer, Intelligent Monitoring Laboratory, Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. Akademika Koroleva, 1, Perm, 614013, Russia.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-5939-2180>

E-mail: koniukhov.v@icmm.ru

Valerii Pavlovich Matveenko, Doctor of Engineering, Academician, Chief Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. Akademika Koroleva, 1, Perm, 614013, Russia.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2787-6558>

E-mail: mvp@icmm.ru

Rodion Aleksandrovich Stepanov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Leading Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. Akademika Koroleva, 1, Perm, 614013, Russia.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8098-0720>

E-mail: rodion@icmm.ru

Citation: V. A. Konyukhov, V. P. Matveenko, R. A. Stepanov. Application of neural networks for localization a concentrated load on the surface of a deformable body based on strain data, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2025, vol. 35, issue 3, pp. 469–484.