2009. Вып. 4

УДК 532.529 + 539.4

## © А. Н. Мельситов, В. А. Петушков

# О ЛОКАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ И РАЗРУШЕНИИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕД В ПОТОКЕ КАВИТИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ <sup>1</sup>

Сформулирована и решена в общей постановке сопряженная задача об ударном локальном взаимодействии жидкости с нелинейной деформируемой, повреждаемой средой при наличии конечных деформаций. Воздействие жидкости рассмотрено в виде ударной волны или высокоскоростной струи, образующихся при разрушении кавитационных пузырьков вследствие осесимметричного или кумулятивного их обжатия на фронте распространяющейся ударной волны. Особое внимание при этом уделено влиянию смачиваемости деформируемой поверхности.

*Ключевые слова*: кавитация, двухфазная жидкость, смачиваемость, повреждаемость деформируемой среды, эрозионное разрушение.

#### Введение

Нестационарные течения многофазных сред и, особенно, во взаимодействии с инженерными конструкциями представляют собой одну из наиболее сложных и актуальных проблем современной механики. В качестве многофазных рассматриваются жидкие среды, содержащие газовые, парогазовые и паровые пузырьки малой концентрации. Среди них кипящие жидкости с парогазовыми пузырьками, перегретые жидкости, закипающие при падении давления, жидкости, в процессе распространения ударных волн в которых образуются вакуумные полости, последующее испарение в которые приводит к появлению паровых пузырьков. При взаимодействии с деформируемыми средами под действием импульсного давления сжатия парогазовые пузырьки разрушаются. Возникающие в связи с этим локальные гидродинамические нагрузки на фоне высоких давлений, температур и скоростей течения жидкости приводят к разрушению погруженных в нее тел с образованием на их поверхности эрозионных канавок.

Подобным воздействиям подвергаются элементы авиационно-космической техники при полетах в дождевой зоне и приводнениях, корпуса надводных и подводных судов и их гребные винты, элементы гидравлических систем, конструкции ядерных энергетических установок в переходных режимах эксплуатации и кризисных условиях теплообмена и др.

Явления, сопровождающие эволюцию парогазовых пузырьков в жидкости при распространении в ней ударных волн и эрозионное разрушение материалов, оказываются весьма сложными для изучения, поскольку характеризуются различными, в том числе чрезвычайно малыми пространственными и временными масштабами, сопровождаются нелинейными волновыми процессами как в жидкости вокруг отдельного пузырька, так и в материале взаимодействующей с нею конструкции.

Сложность проблемы усугубляется еще и тем, что материал самой деформируемой среды также неоднороден, включает в себя как исходные рассеянные микродефекты технологического происхождения (микропоры, микротрещины, жесткие включения и т. п.), так и возникающие в процессе ее нагружения. По этой причине до сих пор нет убедительных данных о природе и процессах кавитационно-эрозионного разрушения материалов конструкций в двухфазных средах, несмотря на большую историю проблемы и многочисленные работы, выполненные в этом направлении.

Целью данной работы является попытка расширить представления об указанных процессах, используя для этой цели аппарат и возможности математического моделирования в механике гетерогенных сред. В работе выполнен подробный анализ локальных процессов ударного

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>при поддержке автора Р $\Phi\Phi$ И (тема: 09-01-00088-а);

взаимодействия и эрозионного разрушения повреждаемой деформируемой среды, находящейся в потоке кавитирующей жидкости. При этом использованы полученные ранее результаты о распространении ударных волн в двухфазной жидкости [1–4] продолжением и логическим завершением которых эта работа является. Рассматриваются ударная волна и движение недорасширенной струи в спутном потоке жидкости (несущей фазе) и ее высокоскоростное взаимодействие с деформируемой стенкой при наличии смачивания и без него. Параметры ударной волны и состояния жидкости в струе, образовавшейся при разрушении парогазового пузырька на фронте ударной волны, получены из решения соответствующей задачи для двухфазной среды. При этом не учитывается возможность нарушения сплошности в самой струе вследствие распространений вверх по потоку отраженной ударной волны.

### §1. Выбор математической модели

На практике принято различать вибрационную и гидродинамическую природу кавитации жидкости. В первом случае кавитационные пузырьки в жидкости образуются практически в одном и том же месте за счет пульсации давления во времени. Во втором — вследствие распространения ударных волн в потоке жидкости.

Возникающие пузырьки перемещаются вместе с потоком жидкости в область повышенного давления и разрушаются при сферически симметричном или кумулятивном схлопывании с образованием ударных волн. При этом основным фактором, определяющим эволюцию кавитационного пузырька в жидкости, оказывается скорость движения его стенки [5].

Математическое моделирование разрушения парогазовых пузырьков оказывается весьма проблематичным из-за крайней сложности процессов, происходящих в дисперсной и несущей фазах. Полагая процессы термодинамически неравновесными, за момент разрушения пузырька примем потерю устойчивости его стенки, определяемую по критическим значениям чисел Бонда и Вебера [5]. Теоретически пузырек исчезает в результате фазового перехода пара в жидкость с неограниченно растущей скоростью массообмена (как, например, в режиме Релея).

В реальных же средах предельная скорость массообмена между паром в пузырьке радиуса *R* и окружающей жидкостью является ограниченной [5]:

$$\xi_{max} = \frac{P_g}{\sqrt{2\pi R_g T_g}},\tag{1.1}$$

где  $R_g$  — универсальная газовая постоянная,  $P_g$ ,  $T_g$ , соответственно, давление и температура пара в пузырьке.

В этом случае предельная скорость движения стенки пузырька в результате его конденсации составляет

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\xi_{max}}{\rho_g^o}.$$

Следовательно, в состоянии насыщения с температурой  $T_g = 373$  К при нормальном давлении  $P_g = 0,1$  МПа предельное значение скорости движения стенки пузырька водяного пара в процессе смыкания не превышает 1300 м/с. Численное моделирование сферически симметричного обжатия такого же изолированного пузырька в бесконечной жидкости позволило получить, что при достижении пузырьком размера  $R^* = 0, 5 \cdot 10^{-5}$  м скорость движения его стенки достигает 1000 м/с, значения близкого к теоретическому, рис. 1 [3]. Микропроцессы взаимодействия вещества дисперсной и жидкостной фаз существенно локализованы. Для пузырька водяного пара ширина пограничного слоя, где происходят процессы фазовых превращений, не превышает 1% от его начального размера [3,5]. Динамические процессы в несущей фазе, вызванные эволюцией изолированного пузырька пара, существенно зависят от его размера. Обычно, при нормальных условиях, в 1 м<sup>3</sup> воды содержится  $n = 10^9$  пузырьков различного размера ра с концентрацией 1%. При этом средний размер пузырька составляет  $R_o = 1, 34 \cdot 10^{-4}$  м [5]. Пусть в процессе обжатия этот размер уменьшился до  $R^* = 0, 5 \cdot 10^{-5}$  м. Полное исчезновение этих пузырьков приведет к появлению в таком объеме жидкости давления разряжения



**Рис. 1.** Изменение по времени параметров состояния пара в пузырьке при обжатии фронтом ударной волны.

 $P = \frac{4}{3}\pi R^{*3}nK \approx 530$  Па, где K = 2,1 ГПа — модуль объемного сжатия воды при нормальных условиях.

Такая предельная оценка показывает, что обжатие всех мелких пузырьков пара с размерами  $R \leq R^*$  не оказывает заметного влияния на волновые процессы в двухфазной жидкости, что подтверждается результатами [3,6]. Время разрушения пузырька предельного размера  $R^*$ оказывается пренебрежимо малым по сравнению с характерным временем его обжатия от начального размера  $R_o = 2,26 \cdot 10^{-4}$  м до предельного. На рис. 1 показаны диаграммы изменения

- 1) относительного давления пара  $\frac{P_g}{P_o}$ ,
- 2) относительной температуры пара  $\frac{T_g}{T_o}$ ,

3) относительной скорости движения стенки  $\dot{R}_a^{1}$  в процессе обжатия изолированного пузырька пара начального размера  $R_o = 2,26 \cdot 10^{-4}$  м на фронте ударной волны треугольной формы с перепадом давления  $\Delta P = 30$  МПа продолжительностью действия  $\Delta t = 0,26 \cdot 10^{-3}$  с, где a — скорость звука в несущей фазе при нормальных условиях.

Видно, что этот пузырек после достижения предельного размера  $R^* = 0, 5 \cdot 10^{-5}$  м разрушается за время порядка  $t_A \approx 0, 63 \cdot 10^{-6}$  с. В режиме же Релея при тех же условиях это время составляет  $t_A \approx 0,915 R^* \sqrt{\frac{\rho_l^o}{\Delta P}} = 0,76 \times 10^{-6}$  с, где  $\rho_l^o$  — плотность несущей фазы [5].

Разрушение парогазовых пузырьков в жидкости происходит с образованием ударных волн, вихрей и кумулятивных струй, большим выделением тепла [7,8]. Температура пузырьков, наполненных газом, в момент разрушения может превышать 1500° К и сопровождаться люминесцентным свечением. Выделяющаяся при схлопывании пузырьков энергия зависит от их положения относительно стенки и смачиваемости ее поверхности. В качестве оценки распределения скорости жидкости вдоль произвольного направления струи r от центра пузырька  $R^*$ в предположении осесимметричного обжатия его стенки со скоростью  $\dot{R}_o$  может быть использовано соотношение [5]

$$v(r) = \dot{R}_o \frac{r_o^2}{R^{*2}}.$$
(1.2)

Если схлопывание пузырьков происходит в непосредственной близости от поверхности деформируемой среды, она повреждается с образованием эрозионных канавок.

#### §2. Постановки задачи

Особенности распространения ударных волн в двухфазных жидкостях подробно изучены в [2–4]. Здесь для описания локальных явлений, связанных с разрушением парогазовых пузырьков на фронте ударной волны в жидкости и деформируемой среды, воспользуемся уравнениями [9], дополнив их соотношениями континуальной механики повреждений.

2009. Вып. 4

2009. Вып. 4

Сформулируем пространственную сопряженную задачу о высокоскоростном ударном взаимодействии жидкости или струи жидкости с повреждаемой упруго-вязкопластической средой. Уравнения сохранения для среды *D* на интервале времени *D*<sub>t</sub> в консервативной форме имеет следующий вид:

$$\rho_t + \operatorname{div}(\rho \cdot V) = 0,$$

$$(\rho \cdot v)_t + \operatorname{div}(\rho \cdot V^2 + \sigma) - \rho \cdot F = 0,$$

$$e_t + \operatorname{div}(e + \sigma - q) \cdot V + Q_t = 0,$$

$$(x^i, t) \in D \times D_t,$$

$$(2.1)$$

где  $\rho$  – плотность,  $V = \{v^i\}$  – вектор скорости,  $\sigma = -p \cdot I$ , p – давление, I – единичный тензор,  $F = \{f^i\}$  – вектор массовых сил, q – искусственная вязкость, обычно используемая для сглаживания разрывов в профилях изменения рассматриваемых полевых функций [1],  $e = \rho \cdot \varepsilon + \frac{1}{2}\rho(v^i)^2$  – полная, а  $\varepsilon$  – удельная энергия на единицу объема жидкости,  $Q_t$  – тепловая составляющая энергии, обусловленная тепловыми потоками и внутренним тепловыделением среды. Направление процесса обмена энергией, в том числе и с окружающей средой, определяется известным неравенством Клаузиуса–Дюгема [1].

Можно пренебречь влиянием поверхностных сил натяжения и объемных сил жидкости. В качестве уравнения состояния для жидкости используем

$$p = A\left(\frac{\rho}{\rho_o} - 1\right) + B\left(\frac{\rho}{\rho_o} - 1\right)^2 + C\rho\varepsilon, \qquad (2.2)$$

где *A*, *B*, *C* — коэффициенты, подбираемые из условия наилучшего приближения ударной адиабаты. Для воды примем их в соответствии с [10].

Поскольку в жидкости при распространении ударных волн наряду с областями высокого давления возникают кавитационные полости под действием отрицательных давлений, уравнение состояния (4) можно использовать для всех  $p > -p_*$ . Если  $p \le p_*$ , справедливо соотношение

$$p = -p_*, \tag{2.3}$$

где  $p_*$  — максимальное отрицательное давление, которое выдерживает жидкость без потери сплошности. Значение его для воды не превышает 28 МПа [10].

В момент схлопывания пузырька плотность, скорость, давление и энергия окружающей его жидкости определяются соответствующим режимом течения двухфазной среды и происходящими при этом процессами межфазового обмена [2,4].

На поверхности  $S(x_k^i, t)$  контактного разрыва жидкости (индекс i = 1) с деформируемой средой (индекс i = 2) вводится условие «непроникания»

$$\begin{pmatrix} \sigma_{jk}^{1} - \sigma_{jk}^{2} \end{pmatrix} n_{k} = 0, v_{j}^{1} - v_{j}^{2} = 0, x_{k}^{1} = x_{k}^{2},$$
 (2.4)

где  $(x^i, t) \in S \times D_t$ , где  $n_i$  — вектор нормали к поверхности  $S(x^i, t)$ ,  $v_i$  — вектор скорости на этой поверхности.

Для описания движения сжимаемой нелинейно деформируемой среды используем те же уравнения (2.1), однако с учетом напряжений сдвига, понимая под тензором напряжений  $\sigma_{jk} = -p\delta_{jk} + S_{jk}$ , где  $S_{jk}$  — девиатор напряжений, (j, k) = 1, 2, 3.

Полагая локальные деформации среды большими, производные по времени от компонент девиатора напряжений принимаются в смысле Яумана–Нолла:

$$S_{jk}^{\nabla} = \frac{\partial S_{jk}}{\partial t} - S_{jr}\omega_{rk} - S_{kr}\omega_{rj}, \qquad (2.5)$$

где  $\frac{\partial S_{jk}}{\partial t}$  — тензор полных производных напряжений Коши по времени,  $\omega_{jk} = \frac{1}{2}(\nu_{jk}, -\nu_{kj})$  — тензор вихря скорости.

2009. Вып. 4

В качестве уравнения состояния для шаровой составляющей тензора напряжений — гидростатического давления  $\frac{1}{3}\sigma_{jk}\delta_{jk}$  — обычно используется закон Гука, а в случае акустического приближения — уравнение (4) или соотношение Мю–Грюнайзена [1]

$$p(U, e) = p_{-}(U, e) + p_{+}(U, e), e = e_{-} + e_{+}, \qquad p_{+} = \frac{\Gamma e_{+}}{U}, \qquad p_{-} = \frac{de}{dU},$$
 (2.6)

где  $U = \frac{V}{\rho}$  — удельный объем,  $\Gamma$  — коэффициент Грюнайзена и  $p_-, e_-$  — составляющие давления и энергии «холодного» сжатия среды, а  $p_+, e_+$  — соответственно, с учетом нагревания среды. Соотношения (8) устанавливаются из опытов на ударное сжатие [11].

Пусть деформируемая среда движется (деформируется) под действием локальной импульсной нагрузки, обусловленной ударом струи жидкости, задаваемой в пятне контакта  $S_c$  или в виде распределения поверхностных сил  $p_j(x^k, t)$ ,  $x^l \in S_c \times D_t$ ,  $t \in D_t = (0, \tau)$ ,  $\tau$  — время действия импульса, или начального распределения скоростей  $v_o^k(x^k, 0)$ .

Граничные условия первого и второго рода на остальной части поверхности  $S_1 \in S$ , где  $S_1 = S_v \cup S_p$  и  $S = S_c \cup S_1$ , определяются конкретной задачей. Здесь  $S_v$  и  $S_p$  — поверхности с заданными скоростями перемещений или усилий, соответственно, причем  $S_p \cap S_v = \emptyset$ .

Начальное состояние деформируемой среды, взаимодействующей с жидкостью, может включать в себя остаточные напряжения и деформации технологического происхождения, в частности

$$p(x^{j}, 0) = p_{o}(x^{j}, 0).$$
(2.7)

Приведем граничные условия для деформируемой среды D. Запишем их для известной формы начальной границы  $S_o = S(t_o)$ , в некоторый момент времени  $t_o$ :

$$(x_j, t) = x_*^j(t), \qquad (x_j, t) \in S_d^o, \qquad \sigma_{ij}n_j = F_j(x^j, t), \qquad (x^j, t) \in S_F^o.$$
 (2.8)

На внутренней границе контактного разрыва  $S_c^o \in S^o$  к приведенным условиям (2.8) добавляются условия контактной непрерывности (2.4).

Вследствие высоких скоростей деформирования можно пренебречь теплообменом в соотношениях (2.1), полагая  $Q_i = 0$  и соответствующие термодинамические процессы адиабатическими, и учитывать влияние температуры только на механические свойства в данной материальной точке тела.

Для описания взаимосвязанных и протекающих одновременно процессов деформирования и разрушения воспользуемся соотношениями для повреждаемых деформируемых сред, чувствительных к скоростям деформации [4,12,13].

В этом случае в качестве определяющих применим обобщенные соотношения теории течения с анизотропным упрочнением и с параметрами, зависящими как от скорости деформирования, так и меры накапливаемых в процессе деформирования повреждений.

Под повреждаемостью и разрушением понимается процесс образования и роста микродефектов (пор, трещин, включений и т.п.), их слияния до образования макротрещины в сплошном материале деформируемого тела.

Накопление микродефектов в деформируемой среде ведет к ее «разрыхлению» и, как следствие, изменению модуля сдвига G, объемного сжатия K и коэффициента Пуассона  $\nu$ , что учитывается следующим образом [12]:

$$\bar{G} = G \left(1 - \bar{V}_p\right) \left(1 - \frac{6K + 12G}{9K + 8G} \bar{V}_p\right),$$

$$\bar{K} = 4\bar{G}K \left(1 - \bar{V}_p\right) \left(4G + 12K\bar{V}_p\right),$$

$$\bar{\nu} = \frac{3\bar{K} - 2\bar{G}}{3\bar{K} + \bar{G}},$$
(2.9)

где  $\bar{V}_p = \frac{V-V_S}{V}$  — скалярная мера повреждаемости или относительный объем микропор  $V_S$  в материале объемом V.

Так как процессы деформирования и разрушения материала взаимосвязаны и развиваются во времени, вводится понятие скорости повреждаемости материала  $\frac{d\bar{V}_P}{dt}$ . Изменение пористости происходит за счет образования новых микротрещин  $\bar{V}_{pn}$  и эволюции уже существующих  $\bar{V}_{pg}$ :

$$\frac{d\bar{V}_p}{dt} = \frac{d\bar{V}_{pn}}{dt} + \frac{d\bar{V}_{pg}}{dt}.$$
(2.10)

Зарождение микроповреждений в материале, очевидно, носит случайный характер. Экспериментальные исследования разрушения образцов из различных материалов показали, что этот процесс происходит в соответствии с нормальным законом распределения

$$\frac{d\bar{V}_{pn}}{dt} = B_p \left(\frac{d\sigma_T}{dt} + \frac{d\sigma^k}{dt}\right) + D_p \frac{d\varepsilon_i^p}{dt},$$
(2.11)

где  $B_p$  и  $D_p$  — функции, определяемые ниже,  $\sigma_T$  — предел текучести,  $\sigma^k$  — среднее напряжение,  $\varepsilon_i^p$  — интенсивность вязкопластических деформаций, скорость изменения которой определяется первым инвариантом тензора скоростей вязкопластической деформаций  $\dot{\varepsilon}_{ik}^p$  [13]

$$\dot{\varepsilon}_{jk}^{p} = \frac{\gamma_{o}}{\sigma_{T}\phi} \Phi(F) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{jk}}, \qquad (2.12)$$

где  $F = F(f, \sigma_T, \varepsilon_i^p, \Theta, \bar{V}_p)$ ,  $f - функция текучести, <math>\gamma_o$  и  $\phi$  – параметры материала деформируемой среды. Влияние выделенной адиабатической температуры  $\Theta$  на предел текучести  $\sigma_T$  учитывается при этом соотношением

$$\sigma_T(\Theta) = (1 - \bar{V}_p)(A + B(\dot{\varepsilon}_i^p)^n)(1 + \varepsilon_i^{*p})^C(1 - \Theta^{*m}),$$

где A, B, C, n, m — константы, определяемые свойствами материала,  $\varepsilon_i^{*p}$  — безразмерная скорость деформации,  $\Theta^* = \frac{\Theta - \Theta_o}{\Theta_m - \Theta_o}$  — гомологическая температура,  $\Theta$  — абсолютная, а  $\Theta_o$  и  $\Theta_m$  — температуры комнатная и плавления соответственно.

В качестве критерия появления микротрещин могут быть использованы:

— эффективное напряжение появления микроповреждений  $\sigma_N$ ,  $B_p = \frac{F_N}{S_N \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-\sigma^{*2}}{2S_N^2}}$ ,  $D_p = 0$ ,  $\sigma^* = \sigma_T + \sigma^k - \sigma_N$ ,  $\sigma^k = \frac{\sigma_k k}{3}$ , где скорость изменения предела  $\frac{d\sigma_T}{dt}$  текучести материала определяется из условия совместности вязкопластических деформаций —  $\frac{d\Phi(\sigma_{ij}, \sigma_T, \bar{V}_p)}{dt} = 0$ ;

— эффективная деформация образования микроповреждений  $\varepsilon_N$ ,  $B_p = 0$ ,  $D_p = \frac{F_N}{S_N\sqrt{2\pi}}e^{\frac{1}{2S_N^2}}$  $\varepsilon^* = \varepsilon_T^p + \varepsilon_N$ , где скорость изменения эффективной вязкопластической деформации материала  $\varepsilon_T^p$  определяется из условия  $\sigma^{ij}\frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = (1 - \bar{V}_p)\sigma_T \frac{d\varepsilon_T^p}{dt}$ . В этих соотношениях:  $F_N$ ,  $S_N$  — параметры нормального закона распределения. Измене-

В этих соотношениях:  $F_N$ ,  $S_N$  — параметры нормального закона распределения. Изменение поврежденности материала за счет эволюции существующих микроповреждений описывается преобразованным для вязкопластичной деформируемой среды уравнением Релея динамики сферического пузырька газа в жидкости с большой вязкостью [14]:

$$\frac{d\bar{V}_{pg}}{dt} = (1 - \bar{V}_p) \frac{d\varepsilon_p^k}{dt},\tag{2.13}$$

где  $\varepsilon_p^k = \frac{\varepsilon_{pk}^k}{3}$  — изменение объема материала вследствие пластических деформаций. Для сжимаемого материала процесс зарождения новых и эволюции существующих микро-

для сжимаемого материала процесс зарождения новых и эволюции существующих микроповреждений в результате действия ударной волны разряжения может описываться статистическим уравнением модели [13]. Скорость изменения пористости определяется как

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = 8pN^t R_n^3 + \bar{V}_{pn}(t)e^{3\frac{p-p_g}{4\eta}},$$

$$N^t \mid_{p>p_0} = N_o^t e^{3\frac{p-p_n}{p_1}}, \qquad N^t \mid_{p
(2.14)$$

Здесь p — растягивающее давление в твердом теле,  $p_n$  — пороговое давление зарождения микропор,  $p_g$  — пороговое давление роста микропор,  $R_n$  — параметр распределения размеров вновь образованных микропор,  $\eta$  — вязкость материала,  $p_1$  и  $N_o^t$  — параметры материала,  $N^t$  — скоростная функция числа зарождающихся микропор.

Фактом разрушения материала конструкции является достижение параметром повреждаемости  $\bar{V}_p$  предельного уровня  $\bar{V}_F$ , значение которого для большинства металлических материалов составляет от 18 до 28%, причем начальный уровень поврежденности металлических материалов обычно не превышает 4%.

#### §3. Формирование локальных гидродинамических воздействий

Теоретически выделено несколько моделей схлопывание парового пузырька [5]. Этот процесс был исследован также экспериментально [7]. Оказалось, что паровой пузырек обжимается устойчиво до достижения им некоторого критического размера, характерного для данной жидкости и ее пара. В дальнейшем происходит потеря устойчивости его стенки с образованием расширяющейся воронки, что приводит к разрушению исходного пузырька на ряд мелких газовых пузырьков.

Действующее в жидкости давление оказывается не достаточным для схлопывания этих пузырьков [7]. Поведение пузырьков определяется интенсивностью внешних воздействий. Так, например, действие звуковой волны в жидкости с пузырьками газа может приводить к их обжатию с образованием плазмы, сопровождающимся люминесцентным свечением [15].

Нагружение поверхности деформируемой среды вследствие разрушения пузырька пара на фронте ударной волны рассмотрим на примере задачи [4]. Пусть жидкость с пузырьками пара заполняет кольцевой канал — пространство, образованное двумя коаксиально расположенными деформируемыми оболочками, — и подвергается извне действию ударной нагрузки (например, взрыва) с параметрами  $P_b = P_b^* \cos(\phi)$ ,  $0 \le \phi \le \pi$ , где давление  $P_b$  действует в течение времени  $t^* = 0, 26 \cdot 10^{-3}$  с с амплитудой  $P_b^*$ , изменяющейся во времени как  $P_b^* = k_p t$ , если  $t < \frac{t^*}{2}$  и  $P_b^* = k_p (t^* - t)$ , если  $\frac{t^*}{2} \le t \le t^*$ , и достигающей максимального значения, равного 30 МПа ( $k_p = 0, 77$  МПа/с). Это воздействие вызывает в жидкости волну сжатия, распространяющуюся от внешней оболочки к внутренней.

Принимаем, что в 1 м<sup>3</sup> содержится  $n = 10^9$  пузырьков одинакового размера  $R_o = 2,26 \times \times 10^{-4}$  м (концентрация 5%). В процессе взаимодействия дисперсной фазы с фронтом ударной волны несущая фаза сжимается мало [2].

По мере обжатия парового пузырька окружающая жидкость устремляется к его центру с возрастающей скоростью. Происходит ее соударение в центре пузырька. В жидкости возникают нелинейные волны давления, которые, взаимодействуя с деформируемой средой, приводят к нарушению сплошности — образованию локализованных зон кавитации (тех же парогазовых пузырьков). Таким образом, возникают локальные течения двухфазной среды, определяющие эрозионное разрушение материала конструкций. Протекание подобных процессов зависит от положения пузырьков относительно поверхности оболочки и характера взаимодействия их между собой.

Рассматривается два случая расположения пузырька относительно поверхности полупространства:

а) пузырек находится непосредственно на стенке;

б) пузырек расположен от нее на расстояни<br/>иrпорядка нескольких его предельных размеров<br/>  $R^{\ast}$  .

В первом случае воздействием на полупространство является удар струи жидкости бесконечной длины. Во втором случае рассматриваются два предельных состояния по смачиваемости поверхности полупространства. Когда жидкость смачивает поверхность конструкции, то в пространстве между стенкой пузырька  $R^* = 2, 5 \cdot 10^{-5}$  м,  $\frac{r}{R^*} = 1$ , и поверхностью конструкции, находящейся от нее на расстоянии  $r = 7, 5 \cdot 10^{-5}$  м,  $\frac{r+R^*}{R^*} = 4$ , имеют место следующие распределения давления P(t) и относительной скорости движения жидкости  $\frac{V(t)}{a}$  моментов 102



**Рис. 2.** Изменение по времени а) давления P(t), б) скорости  $\frac{V(t)}{a}$  смачивающей жидкости между стенкой пузырька и поверхностью оболочки.



**Рис. 3.** Нагружение полупространства а) импульсным давлением, б) ударом струи конечной длины.

времени  $t = 0, 49 \cdot 10^{-8}, 0, 995 \cdot 10^{-8}, 2, 5 \cdot 10^{-8}, 3, 0 \cdot 10^{-8}, 4, 0 \cdot 10^{-8}, 5, 0 \cdot 10^{-8}, 10, 0 \cdot 10^{-8}, 20, 0 \cdot 10^{-8}$  (рис. 2).

В этом случае внешнее воздействие на конструкцию можно представить импульсным давлением с максимальной амплитудой разряжения  $P^* = 440,0$  МПа в момент времени  $t_1 = 0,2 \times \times 10^{-7}$  с и максимальной амплитудой сжатия  $P^* = 290,0$  МПа в момент времени  $t_2 = 0,3 \times \times 10^{-7}$  с. Продолжительность воздействия ограничена интервалом времени  $\Delta t = [0-2,5 \times \times 10^{-7}]$  с (рис. 3а).

Если жидкость не смачивает поверхность конструкции, между стенкой пузырька размером  $R^* = 5, 0 \cdot 10^{-5}$  м,  $\frac{r}{R^*} = 1$ , и поверхностью конструкции, находящейся от нее на расстоянии  $r = 5 \cdot 10^{-5}$  м,  $\frac{r+R^*}{R^*} = 2$ , имеют место следующие распределения давления P(t) и относительной скорости движения жидкости  $\frac{V(t)}{a}$  моментов времени  $t = 4,95 \cdot 10^{-9}, 1,5 \cdot 10^{-8}, 2,0 \cdot 10^{-8}, 3,0 \cdot 10^{-8}, 4,0 \cdot 10^{-8}, 5,0 \cdot 10^{-8}, 6,0 \cdot 10^{-8}, 12,0 \cdot 10^{-8}$  (рис. 4). Внешнее воздействие на конструкцию можно представить в виде последовательных ударов струей жидкости конечной длины, которые происходят с разными скоростями. В первом приближении можно ограничиться одним ударом, преобразовав его в импульс прямоугольной формы продолжительностью  $\Delta t = [0 - 0, 3 \cdot 10^{-7}]$  с и амплитудой  $V_o = 400$  м/с (рис. 36), постоянной по всей длине струи.

#### §4. Расчетные схемы и результаты решения

Учитывая пространственные масштабы моделируемых явлений, оболочку — стенку канала — будем рассматривать в виде деформируемого полупространства с присоединенным слоем жидкости. Распространяющуюся в жидкости кумулятивную струю представим в виде цилиндра радиусом  $R^*$  и длиной от стенки пузырька до поверхности оболочки. Значение скорости струи у стенки пузырька примем равной предельной  $V_o^* = 1000 \text{ м/с.}$ 

Связь между движущейся струей и самой жидкостью описывается уравнениями, исключающими их движение относительно друг друга на поверхности контакта  $S(x^k, t)$ . Принимается,



**Рис. 4.** Изменение по времени а) давления P(t), б) скорости  $\frac{V(t)}{a}$  несмачивающей жидкости между стенкой пузырька и поверхностью оболочки.

что локальный нагрев материала полупространства в пятне контакта достигает 900 К.

Решение нелинейной краевой задачи (2.1)–(2.14) для выбранных случаев нагружения строится на основе МКЭ [1]– [4], [13]. При этом деформируемая среда (полупространство) и взаимодействующая с нею струя жидкости аппроксимируются системой объемных конечных элементов.

Конечные элементы, примыкающие по обе стороны к границе контактного разрыва  $S(x^k, t)$ , имеют совпадающие узлы конечно-элементной сетки. Взаимодействие между жидкой и деформируемой средами описывается как в [1].

#### Удар струей жидкости бесконечной длины

Образующаяся в результате разрушения парового пузырька на поверхности полупространства, кумулятивная струя жидкости радиусом  $R^* = 5, 0 \cdot 10^{-5}$  м, сталкивается с поверхностью деформируемой среды. Скорость движения частиц струи меняется по ее длине в соответствии с уравнением (1.2), где  $R_o = R^*$ ,  $V_o = V_o^*$ .

В результате такого удара в струе и окружающей ее жидкости возникают сложные волновые процессы, представленные диаграммами изменения вдоль ее длины давления P(t) для моментов времени  $t = 1, 0 \cdot 10^{-8}$  с;  $2, 0 \cdot 10^{-8}$  с;  $3, 0 \cdot 10^{-8}$  с;  $5, 0 \cdot 10^{-8}$  с;  $7, 0 \cdot 10^{-8}$  с;  $8, 0 \cdot 10^{-8}$  с;  $9, 0 \cdot 10^{-8}$  с (рис. 5а), и скорости V(t) для момента времени  $t = 4, 4 \cdot 10^{-8}$  с (рис. 5б). Распределение давления вдоль струи в целом согласуется с полученным из решения одномерной задачи (рис. 2а). Отличия связаны с более высоким уровнем воздействия, учетом деформируемости полупространства и взаимодействия между жидкостью в струе и вне ее.

Происходит интенсивное растекание струи вдоль поверхности полупространства со скоростью, превышающей скорость соударения более чем в три раза (рис. 5б). Как и в одномерном случае, волновые процессы в струе существенны на расстоянии не более  $\sim 2,0R^*$ .

К моменту времени  $t = 8, 8 \cdot 10^{-8}$  с такой удар приводит к обжатию материала полупространства в зоне приложения воздействия на глубину  $\sim 7, 0 \cdot 10^{-5}$  м с образованиием воронки глубиной  $\delta = 1, 14 \cdot 10^{-5}$  м. Большая часть ранее поврежденного материала «залечивается» и становится сплошной. Максимальные деформации сосредоточены вдоль границы площадки приложения воздействия (рис. 6а), их уровень, без учета локального адиабатического нагрева, к моменту времени  $t = 0, 5 \cdot 10^{-7}$  с достигает  $\epsilon \sim 0, 1$ , а с его учетом превышает  $\epsilon \sim 0, 25$ , что соизмеримо с предельным значением по разрушению  $\epsilon \sim 0, 3$ . Таким образом, сочетание механического и теплового воздействий может привести к образованию эрозионных канавок.

### Действие импульсного давления P(t)

На полупространство, начиная с момента времени t = 0, действует импульсное давление P(t) продолжительностью  $2,5 \cdot 10^{-8}$  с (рис. 3a). При отсутствии нагрева это воздействие не вызывает предельных деформаций. В случае локального адиабатического нагрева

2009. Вып. 4



**Рис. 5.** Изменение по времени а) давления P(t), б) скорости движения  $\frac{V(t)}{a}$  смачивающей жидкости между стенкой пузырька и поверхностью полупространства.



**Рис. 6.** а) Деформированное состояние полупространства в результате удара бесконечной струей жидкости, б) состояние повреждения материала оболочки в результате приложения импульсного давления в момент  $t = 1, 0 \cdot 10^{-6}$  с.

до 900 К возникает пластическое течение материала и увеличение поврежденности до глубины  $\delta\sim 3,0\cdot 10^{-5}\,{\rm m}.$ 

Наибольшее разрушение материала с уровнем повреждений  $\bar{V}_p = 6\%$  происходит у поверхности полупространства (рис. 6б). Перемещение  $\Delta l = 3, 3 \cdot 10^{-7}$  м и обобщенная деформация  $\epsilon = 0,018$  достигаются в центре площадки приложения воздействия в момент времени  $t = 2, 8 \cdot 10^{-8}$  с и являются максимальными. Хотя расчетные деформации оказываются существенно ниже их предельных значений по разрушению, сочетание механического и теплового воздействий также может приводить к образованию эрозионных канавок, но, в отличие от предыдущего случая, за счет локального интенсивного течения материала полупространства.

## Удар струей жидкости конечной длины

Данный пример является частным случаем действия струи бесконечной длины. В начальный момент времени струя жидкости длиной  $L = 5, 0 \cdot 10^{-5}$  м начинает двигаться с постоянной скоростью  $V_o = 400$  м/с (рис. 36). Тыльная часть струи считается свободной.

Поведение жидкости в струе в этом случае соответствует поведению жидкости в капле при тех же условиях [1].

Волновые процессы в жидкой среде и состояние материала деформируемой среды подобны полученным для струи бесконечной длины. За счет меньшей скорости и массы жидкости в струе интенсивность воздействия оказывается существенно ниже, поэтому деформации полупространства достигают меньшего уровня.

К моменту времени  $t = 0, 3 \cdot 10^{-7}$  с такой удар приводит к обжатию материала полупространства в зоне приложения воздействия на глубину  $\sim 3, 0 \cdot 10^{-5}$  м, что делает большую часть

его сплошным. Образуется воронка глубиной  $\delta = 1, 41 \cdot 10^{-6}$  м. Максимальные деформации сосредоточены на границе площадки приложения воздействия и к моменту времени  $t = 0, 3 \cdot 10^{-7}$ с достигают  $\epsilon \sim 0, 02$ , что существенно меньше предельного значения по разрушению  $\epsilon \sim 0, 3$ .

Рассмотренное воздействие не может привести к разрушению материала, однако с учетом совокупности пузырьков, содержащихся в единице объема жидкости, и выявленной цикличности их схлопывания, может оказаться решающим фактором в определении ее эрозионной прочности.

## Выводы

Представленные результаты математического моделирования локальных процессов ударного взаимодействия кавитирующей жидкости с повреждаемой деформируемой средой позволили получить физически достоверную картину возникающих при этом явлений и дать оценку параметров их состояния. Показаны механизмы, в результате действия которых возможно эрозионное разрушение конструкций, находящихся в потоке кавитирующей жидкости.

В результате разрушения паровых пузырьков в ограниченном объеме жидкости на фронте ударных волн возникают нестационарные волновые процессы с уровнями давления на фронте порядка 1,0 ГПа, скоростями движения частиц жидкости до 1300 м/с, сопровождащиеся повышением температуры до 1500 К. Пространственно-временные масштабы этих процессов соответствуют предельному размеру кавитационного пузырька и времени его эволюции.

Конструкция оказывается подверженной ряду локальных воздействий, затрагивающих ее материал в объеме, соизмеримом с объемом отдельного кавитационного пузырька. В случае прилипания пузырька к поверхности конструкции его разрушение приводит к удару струей бесконечной длины, что может вызвать эрозионное разрушение за счет предельных деформаций. Разрушение пузырька в смачиваемой жидкости на расстоянии трех его предельных радиусов от поверхности конструкции приводит к действию импульсного давления переменного знака, что также вызывает разрушение, но за счет интенсивных пластических течений. Разрушение пузырька в несмачиваемой жидкости на меньшем расстоянии от поверхности конструкции приводит к высокоскоростному удару струи конечной длины, что не может вызвать разрушение ее материала. Для совокупности пузырьков, содержащихся в пристеночной жидкости, этот фактор может оказаться существенным.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Петушков В. А., Фролов К. В. Динамика гидроупругих систем при импульсном возбуждении // Динамика конструкций гидроаэроупругих систем.: М.: Наука, 2002. — С. 162–202.
- 2. Петушков В. А., Мельситов А. Н. Двухфазное парожидкостное течение в переходных режимах // Математическое моделирование. 2003. Т. 15, № 10. С. 109–128.
- 3. Мельситов А. Н. Петушков В. А., Локальные волновые процессы в жидкости, вызванные предельными переходами изолированного пузырька пара // Математическое моделирование. 2003. Т. 15, № 11. С. 51–68.
- 4. Петушков В А., Мельситов А. Н. Об импульсной динамике повреждаемых оболочек, взаимодействующих с двухфазной жидкостью // ПМТФ. 2006, № 1. С. 139–152.
- 5. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: часть І. М.: Наука, 1987. 490 с.
- 6. Галиев Ш. У. Нелинейные волны в ограниченных сплошных средах. Киев: Наукова Думка, 1988. 253 с.
- Florschuetz L. W., Chao B. T. On the mechanics of vapor bubble collapse // Trans. ASME. 1965. Ser. C, № 2. — P. 209–220.
- Маргулис М. А. Акустические поля и кавитация // Наука в СССР: Сб.-М: АН СССР, 1983. № 4. С. 48–55.
- 9. Петушков В. А. Численные исследования нелинейных волновых процессов в жидкости и деформируемом теле при высокоскоростном ударном взаимодействии // ПМТФ. 1991, № 2. С. 134–143.
- 10. Ривкин С. Л., Александров А. А., Кременевская Е. А. Термодинамические производные для воды и водяного пара. М: Энергия, 1977. 305 с.

- 11. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М: Физматгиз, 1966. 506 с.
- 12. Seamen L., Curran B. R., Shockey D. A. Computational models for ductile and brittle fracture // J. of Appl. Phys. 1976. Vol. 47, № 11. P. 4814-4826.
- 13. Петушков В.А., Надарейшвили А.И. Математическое моделирование нелинейных процессов деформирования и разрушения объемных тел при высокоскоростном соударении // Математическое моделирование. —2004. — Т. 16, № 5. — С. 17–29.
- Gurson A. L. Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I. Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Materials // Journal of Engineering Materials and Technology. - 1977. - Vol. 99. - P. 2-15.
- Bass A., Putterman S., Merriman B., Ruuth S. J. Symmetry Reduction for Molecular Dynamics Simulation of an Imploding Gas Bubble // Journal of Computational Physics. — 2008. — Vol. 227. — P. 2118–2129.

Поступила в редакцию 12.08.08

#### A.N. Melsitov, V.A. Petushkov

#### Local interactions and fracture of deformable continua located into cavitating liquid flow

The adjoint 3-D problem of shock local interaction of a liquid with the nonlinear deformable, damaged medium in the presence of the finite deformations is formulated and solved. Liquid influence is considered a kind of a shock wave or the high-speed jet, formed at collapse of bubbles of cavitation owing to axisymmetric or them cumulative compression at the front an extending shock wave. The special attention is thus given influence of wettability of a deformable surface.

*Keywords*: cavitation, a two-phase liquid, wettability, damageability of the deformable medium, erosive fatique.

Mathematical Subject Classifications: 37M05, 76T10, 74F10, 74R20

Мельситов Александр Николаевич, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, Институт машиноведения им. А. А. Благонравова, РАН, 101990 Москва, Россия, М. Харитоньевский пер., 4, E-mail: usgallon@mail.ru

Петушков Владимир Алексеевич, д.ф.-м.н., профессор, Институт машиноведения им. А. А. Благонравова, РАН, 101990 Москва, Россия, М. Харитоньевский пер., 4, E-mail: pva\_imash@bk.ru