

УДК 553.98.001

© A. B. Пестриков, М. Н. Кравченко, А. Р. Башаров

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ПОДХОД К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ КЛАССА ТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ О ПРИТОКЕ ФЛЮИДА К ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА

На основе анализа теории размерностей вводится набор безразмерных параметров, характеризующих класс задач, описывающих фильтрационные течения жидкостей и газов к трещинам гидравлического разрыва пласта (ГРП).

Ключевые слова: фильтрация в пористых средах, гидроразрыв пласта, зона загрязнения, анализ размерностей, теория подобия, численное моделирование

Введение

Математическое моделирование различных технологических задач, как правило, включает определенный набор исходных предположений, систему уравнений, начальные и граничные условия, а также метод их решения — аналитический или численный. В зависимости от класса решаемых задач, результаты моделирования обычно представляются в виде зависимостей интересующих исследователя функциональных связей неизвестных переменных от входных данных задачи. Для того чтобы описать результаты исследования в определенном классе задач, обычно используется представление решений в виде зависимостей набора безразмерных комплексов, характеризующих исследуемые явления. Такой подход позволяет не только выявить характерные особенности процесса, но и дать качественное описание его развития в самом широком классе рассматриваемых явлений, не осуществляя каждый раз расчеты при изменении входных параметров конкретной инженерной задачи, которые при вариативном подходе к параметрам могут потребовать больших временных и стоимостных ресурсов.

Как известно, для того чтобы результаты решения могли описывать достаточно широкий класс задач, решение обычно ищется в безразмерных переменных. Основная методика выявления набора характерных безразмерных комплексов — это П-теорема. Этот инструмент наиболее эффективен при установлении заранее неизвестных зависимостей между параметрами задачи. Другим активно используемым способом уменьшения числа параметров задачи путем введения безразмерных комплексов является анализ уравнений сохранения на основе теории размерностей [1].

В данной работе с привлечением теории размерностей рассматривается класс прикладных задач, касающихся фильтрационных течений жидкостей и газов в пористых неоднородных средах, имеющих области повышенной проводимости. Прикладной аспект задачи очевиден — речь идет об описании класса течений к трещине ГРП конечных размеров и конечной проводимости с учетом кольматационных эффектов. При моделировании подобных задач необходим комплексный подход — применительно к методу ГРП он должен включать учет всех параметров трещины (длины, ширины, проницаемости) [2].

В работе показано, что решение подобных задач относительно комплекса безразмерных параметров позволяет учесть вариативность задачи и получить решение для достаточно широкого класса задач в виде универсальных графических зависимостей.

§ 1. Постановка прикладной инженерной задачи и основные параметры задачи

В настоящее время одним из наиболее эффективных методов увеличения продуктивности нефтяных и газовых скважин является метод повышения пропускной способности пласта путем

создания зон повышенной проницаемости — трещин гидравлического разрыва пласта (ГРП). Создание узкой и протяженной искусственной трещины в горной породе достигается путем нагнетания в пласт при высоком давлении рабочей жидкости с взвешенным в ней специальным расклинивающим агентом — проппантом, характеризуемым высокой проницаемостью. Проппант удерживает трещину гидроразрыва от смыкания после прекращения закачки рабочей жидкости.

В процессе создания трещины гидроразрыва рабочая жидкость ГРП практически полностью отфильтровывается в пласт в притрещинную зону, создавая вокруг трещины область с пониженными фильтрационными свойствами, так называемую зону загрязнения. Ухудшение фильтрационных свойств в этой зоне может существенно влиять на конечную продуктивность скважины с трещиной ГРП.

Основной задачей данной работы является разработка численного алгоритма решения уравнений математической модели с целью определения эффективности увеличения продуктивности скважин методом ГРП с учетом основных технологических параметров ГРП и возможных кольматационных эффектов снижения фильтрационных свойств порового пространства около трещины гидроразрыва вследствие воздействия рабочей жидкости ГРП.

В работе уделено специальное внимание выявлению комплекса безразмерных параметров, характеризующих рассматриваемые течения. Полученные в данной работе результаты представлены в виде графических зависимостей безразмерных комплексов, что определяет универсальный характер решения и широкий диапазон практического применения для различных геологических параметров нефтяных и газовых месторождений.

Система определяющих параметров задачи включает следующие константы течения:

- *Параметры геометрии пласта и трещины ГРП:* в круговом пласте мощностью h_r (высотой по оси z), с радиусом контура питания R_e расположена симметричная относительно ствола скважины вертикальная трещина ГРП прямоугольной формы (шириной $b_f = 2y_f$, полудлиной x_f), вскрывающая пласт на всю его высоту h_r (см. рис. 1). Считаем, что зона загрязнения в плоскости (Oxy) имеет прямоугольную форму ширины y_{dz} по всей длине трещины (в области кончика трещины зона считается «сухой»).
- *Свойства области течения:* пласт считается однородным и изотропным с проницаемостью k_r в области, внешней по отношению к трещине и зоне загрязнения. Область кольматации (зоны загрязнения) характеризуется пониженной проницаемостью k_{dz} , а трещина заполнена высокопроницаемым проппантом проницаемостью k_f .
- *Режим эксплуатации:* изотермический стационарный приток несжимаемой жидкости при постоянном перепаде давления: на забое скважины (граница Γ_{f-w}) задано постоянное давление p_{wf} , на контуре питания радиуса R_e (граница Γ_{R_e}) — постоянное давление p_e .
- *Искомые параметры:* в задаче требуется рассчитать изобары и линии тока в зоне течения. С инженерной точки зрения наибольший интерес представляет определение коэффициента продуктивности скважины K — отношения дебита скважины к реализуемому перепаду давления при различных параметрах трещины ГРП, фильтрационных свойств пласта и зоны загрязнения.

§ 2. Математическая постановка задачи

Математическое решение описанной задачи о притоке жидкости в пласте с трещиной ГРП и зоной кольматации сводится к решению системы уравнений стационарной двухмерной фильтрации несжимаемой жидкости¹ в ограниченной области, моделирующей зону дренирования,

¹ В данной статье будут подробно обсуждены результаты расчетов только для течения несжимаемой жидкости. Для сжимаемого флюда при течении в анизотропном пласте система уравнений несколько видоизменяется, однако сам подход к решению задачи остается аналогичным предложенному.

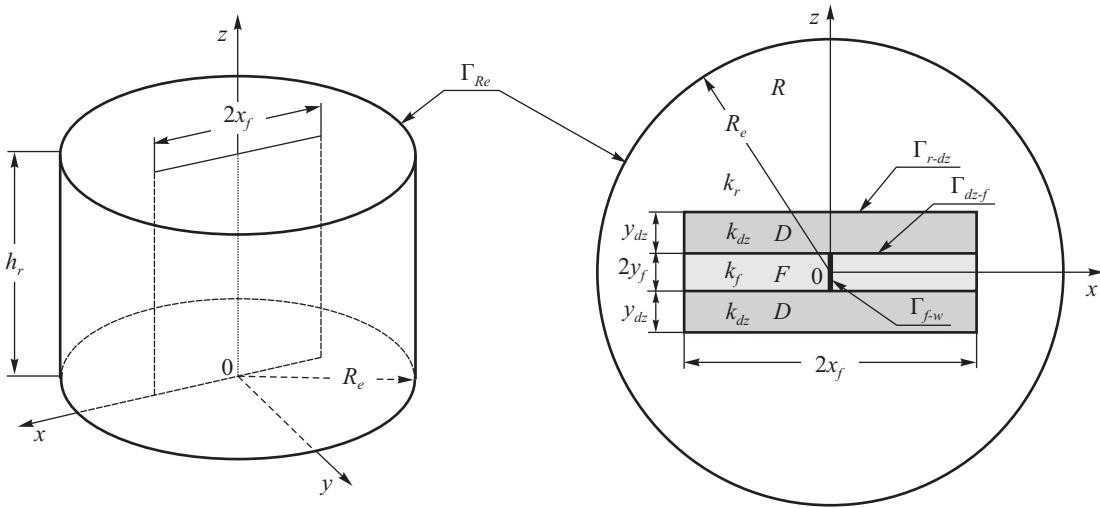


Рис. 1. Модель неоднородного пласта с вертикальной трещиной гидроразрыва.

скважину с трещиной гидроразрыва пласта и зону загрязнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \bar{w} = 0, \\ \bar{w} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p, \\ k = \begin{cases} k_r \{x, y\} \in R, \\ k_d \{x, y\} \in D, \\ k_f \{x, y\} \in F, \end{cases} \\ \mu = \text{const}, \end{array} \right. \quad (2.1)$$

где R — область течения в пласте, D — область течения в зоне загрязнения, F — область течения в трещине ГРП (см. рис. 1). Первое уравнение отражает закон сохранения массы несжимаемой жидкости, второе — закон фильтрации Дарси. Силой гравитации пренебрежем, задача рассматривается в двухмерной постановке на плоскости Oxy . Для унификации решения введем следующие безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} p_D &= \frac{p - p_{wf}}{p_e - p_{wf}}, \quad p_D \in [0, 1], \\ x_D &= \frac{x}{R_e}, \quad y_D = \frac{y}{R_e}, \quad x_D, y_D \in [0, 1], \\ z_D &= \frac{z}{h_r}, \quad z_D \in [0, 1]. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Исходная система уравнений (2.1) может быть переписана в следующем безразмерном виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} (\bar{w}_D) = 0, \\ w_{xD} = -\frac{k}{\mu} \frac{(p_e - p_{wf})}{R_e} \frac{\partial p_D}{\partial x_D}, \\ w_{yD} = -\frac{k}{\mu} \frac{(p_e - p_{wf})}{R_e} \frac{\partial p_D}{\partial y_D}, \\ k = \begin{cases} k_r \{x, y\} \in R, \\ k_{dz} \{x, y\} \in D, \\ k_f \{x, y\} \in F. \end{cases} \end{array} \right. \quad (2.3)$$

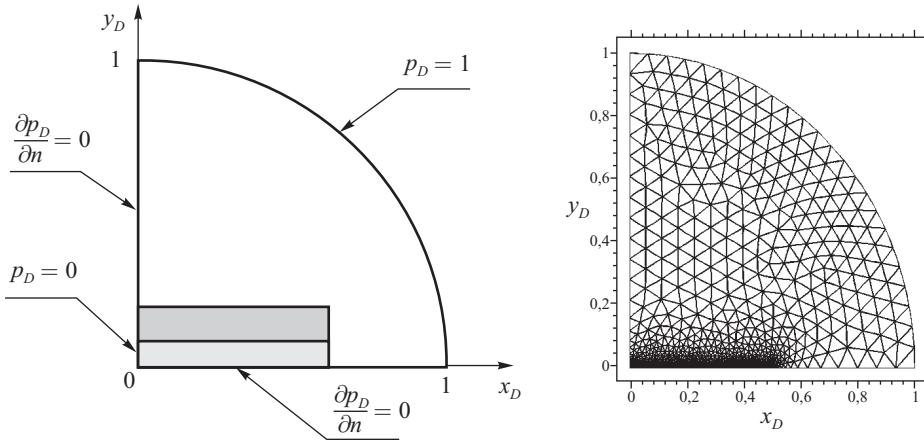


Рис. 2. Расчетная область течения.

Из условия симметрии задачи, будем исследовать течение только в четверти плоскости (рис. 2). Образованную систему уравнений можно решить численно, например, методом конечных элементов (пример расчетной сетки показан на рис. 2).

§ 3. Безразмерные комплексы задачи

Введение характерных безразмерных параметров при решении задач о притоке к трещине высокой проводимости — довольно устоявшаяся практика. В работе [3] при экспериментальном исследовании притока к вертикальной трещине в ограниченном пласте с непроницаемыми границами была установлена зависимость кратности увеличения продуктивности по отношению к случаю скважины без трещины ГРП от параметра

$$\frac{k_f b_f}{k_r} \sqrt{\frac{40}{A}}, \quad (3.1)$$

где b_f — ширина трещины, A — площадь дренируемой области (в акрах). Дальнейшие теоретические и промысловые исследования показали эффективность рассмотрения подобных задач в зависимости от коэффициента безразмерной проводимости трещины $C_{fD} = \frac{k_f b_f}{k_r x_f}$ и степени вскрытия пласта трещиной гидроразрыва $I_x = \frac{x_f}{R_e}$ [4]–[6].

В данной работе на основе анализа балансовых уравнений массы будут аналитически получены безразмерные комплексы, характеризующие приток к скважине с трещиной ГРП и зоной загрязнения.

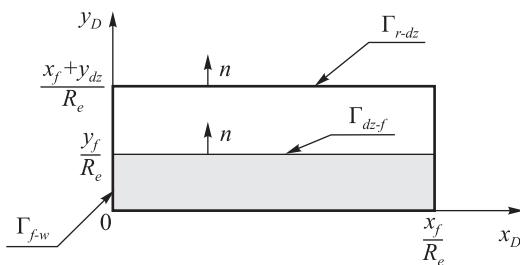


Рис. 3. Модель трещины гидроразрыва с зоной загрязнения.

На рис. 3 показано одно крыло трещины ГРП с зоной загрязнения. Границы (Γ_{f-w} , Γ_{dz-f} , Γ_{r-dz}) зон различной проницаемости являются поверхностями сильного разрыва, на которых должны выполняться условия на скачках.

Запишем в безразмерном виде законы сохранения массы при прохождении поверхностей разрыва по параметру k (проницаемость пористой среды) — переход области фильтрации в пласте к фильтрации в трещине ГРП через зону загрязнения. Учтем, что в силу того, что в реальности ширина трещины намного меньше полудлины трещины, т. е. $2y_f \ll x_f$, потоком через торцы трещины можно пренебречь.

Для несжимаемого флюида закон сохранения массы на разрыве Γ_{r-dz} (поток из трещины в скважину) можно записать в виде интеграла по контуру (в соответствии с уравнением неразрывности в безразмерных переменных):

$$\int_{\Gamma_{r-dz}} (w_D)_n dl = \int_{\Gamma_{r-dz}} (w_D)_{-n} dl. \quad (3.2)$$

Аналогично можно написать условия на двух других поверхностях разрыва.

Теперь запишем баланс массы для области течения в трещине и для области течения в зоне загрязнения:

$$\int_{\Gamma_{f-w}} (w_D)_{-n} dl = \int_{\Gamma_{dz-f}} (w_D)_{-n} dl, \quad \int_{\Gamma_{dz-f}} (w_D)_{-n} dl = \int_{\Gamma_{r-dz}} (w_D)_{-n} dl. \quad (3.3)$$

Откуда получим закон баланса массы на входе и выходе из трещины:

$$\int_{\Gamma_{f-w}} (w_D)_{-n} dl = \int_{\Gamma_{dz-f}} (w_D)_n dl \quad (3.4)$$

или

$$\int_0^{\frac{x_f}{R_e}} [w_{yD}]_{yD=\frac{y_f}{R_e}} dx_D = \int_0^{\frac{y_f}{R_e}} [w_{xD}]_{xD=0} dy_D. \quad (3.5)$$

С учетом второго уравнения системы (2.3) имеем:

$$\int_0^{\frac{x_f}{R_e}} \left[k_{dz} \frac{\partial p_D}{\partial y_D} \right]_{yD=\frac{y_f}{R_e}} dx_D = \int_0^{\frac{y_f}{R_e}} \left[k_f \frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right]_{xD=0} dy_D. \quad (3.6)$$

Введем вспомогательные функции:

$$F_1(x_D) = \left[\frac{\partial p_D}{\partial y_D} \right]_{yD=\frac{y_f}{R_e}},$$

$$F_z(y_D) = \left[\frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right]_{xD=0}.$$

Тогда

$$k_{dz} \int_0^{\frac{x_f}{R_e}} F_1(x_D) dx_D = k_f \int_0^{\frac{y_f}{R_e}} F_z(y_D) dy_D. \quad (3.7)$$

Применим теорему о среднем значении для определенных интегралов:

$$k_{dz} F_1(\tilde{x}_{1D}) \left(\frac{x_f}{R_e} - 0 \right) = k_f F_z(\tilde{y}_{2D}) \left(\frac{y_f}{R_e} - 0 \right),$$

$$\tilde{x}_{1D} \in \left[0, \frac{x_f}{R_e} \right], \quad (3.8)$$

$$\tilde{y}_{2D} \in \left[0, \frac{y_f}{R_e} \right].$$

Отсюда, очевидно, следуют соотношения:

$$\frac{k_f y_f}{k_{dz} x_f} = \frac{F_1(\tilde{x}_{1D})}{F_z(\tilde{y}_{2D})} = \text{const.}$$

Умножив обе части уравнения на отношение проницаемостей $\frac{2k_{dz}}{k_r} = \text{const}$, получим безразмерный комплекс, называемый *коэффициентом безразмерной проводимости трещины*:

$$C_{fD} = \frac{2k_f y_f}{k_r x_f} = \frac{k_f b_f}{k_r x_f} = \text{const.} \quad (3.9)$$

Записав балансовое соотношение равенства объемных расходов на контуре питания Γ_{R_e} (окружность радиуса $r_D = 1$) и на входе в зону загрязнения через границу Γ_{dz-r} , получим:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_{R_e}} (w_D)_n dl &= \int_{\Gamma_{dz-r}} (w_D)_n dl, \\ \frac{\pi}{2} \int_0^1 \left[k_r \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right]_{r_D=1} dr_D &= \int_0^{\frac{x_f}{R_e}} \left[k_r \frac{\partial p_D}{\partial y_D} \right]_{y_D=\frac{y_f+y_{dz}}{R_e}} dx_D. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Преобразовав выражение (3.10) и применив терему о среднем значении, получим второй безразмерный параметр — *коэффициент вскрытия пласта трещиной ГРП*:

$$I_x = \frac{x_f}{R_e} = \text{const.} \quad (3.11)$$

Рассмотрим теперь соотношение на границе Γ_{dz-r} по обе стороны от границы, то есть по направлению n и $-n$ (потоком через торец трещины опять пренебрежем):

$$\begin{aligned} &\int_0^{\frac{x_f}{R_e}} \left[k_r \frac{\partial p_D}{\partial y_D} \right]_{y_D=\frac{y_f+y_{dz}}{R_e}} dx_D + \int_{\frac{w_f}{R_e}}^{\frac{y_f+y_{dz}}{R_e}} \left[k_r \frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right]_{x_D=\frac{x_f}{R_e}} dy_D = \\ &= \int_0^{\frac{x_f}{R_e}} \left[k_{dz} \frac{\partial p_D}{\partial y_D} \right]_{y_D=\frac{y_f+y_{dz}}{R_e}} dx_D + \int_{\frac{w_f}{R_e}}^{\frac{y_f+y_{dz}}{R_e}} \left[k_{dz} \frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right]_{x_D=\frac{x_f}{R_e}} dy_D. \end{aligned}$$

Введем функции

$$\begin{aligned} F_4(x_D) &= \left[k_r \frac{\partial p_D}{\partial y_D} \right]_{y_D=\frac{y_f+y_{dz}}{R_e}}, \\ F_5(y_D) &= \left[k_r \frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right]_{x_D=\frac{x_f}{R_e}}. \end{aligned}$$

С учетом ввода функций F_4 и F_5 , получаем уравнение для рассматриваемой границы:

$$k_r \int_0^{\frac{x_f}{R_e}} F_4(x_D) dx_D + k_r \int_{\frac{w_f}{R_e}}^{\frac{y_f+y_{dz}}{R_e}} F_5(y_D) dy_D = k_{dz} \int_0^{\frac{x_f}{R_e}} F_4(x_D) dx_D + k_{dz} \int_{\frac{w_f}{R_e}}^{\frac{y_f+y_{dz}}{R_e}} F_5(y_D) dy_D$$

или

$$\begin{aligned} &k_r F_4(\tilde{x}_{4D}) \left(\frac{x_f}{R_e} - 0 \right) + k_r F_5(\tilde{y}_{5D}) \left(\frac{y_f + y_{dz}}{R_e} - \frac{y_f}{R_e} \right) = \\ &= k_{dz} F_4(\tilde{x}_{4D}) \left(\frac{x_f}{R_e} - 0 \right) + k_{dz} F_5(\tilde{y}_{5D}) \left(\frac{y_f + y_{dz}}{R_e} - \frac{y_f}{R_e} \right), \\ &\tilde{x}_{4D} \in \left[0, \frac{x_f}{R_e} \right], \\ &\tilde{y}_{5D} \in \left[0, \frac{y_f + y_{dz}}{R_e} \right]. \end{aligned}$$

Разделим обе части уравнения на $k_{dz} F_5(\tilde{y}_{5D}) x_f$:

$$\frac{k_r}{k_{dz}} \frac{F_4(\tilde{x}_{4D})}{F_5(\tilde{y}_{5D})} + \frac{k_r}{k_{dz}} \frac{y_{dz}}{x_f} = \frac{F_4(\tilde{x}_{4D})}{F_5(\tilde{y}_{5D})} + \frac{y_{dz}}{x_f}$$

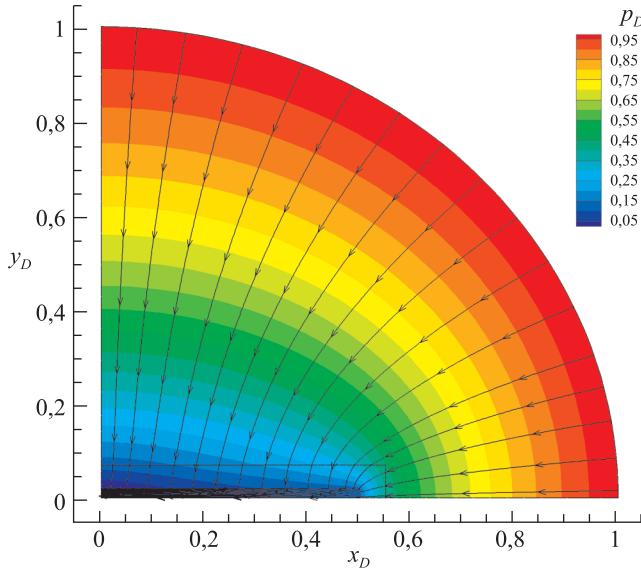


Рис. 4. Пример расчета безразмерного давления и построения линий тока.

или

$$\frac{F_4(\tilde{x}_{4D})}{F_5(\tilde{y}_{5D})} \left(1 - \frac{k_r}{k_{dz}}\right) = \frac{y_{dz}}{x_f} \left(\frac{k_r}{k_{dz}} - 1\right),$$

откуда

$$\frac{F_4(\tilde{x}_{4D})}{F_5(\tilde{y}_{5D})} \left(1 - \frac{k_r}{k_{dz}}\right) = \frac{y_{dz}}{x_f} \left(\frac{k_r}{k_{dz}} - 1\right) = \text{const.}$$

Таким образом, можно ввести третий параметр — *коэффициент зоны загрязнения*:

$$S_{fs} = \frac{y_{dz}}{x_f} \left(\frac{k_r}{k_{dz}} - 1\right) = \text{const.} \quad (3.12)$$

В итоге задача сводится к решению системы уравнений (2.3) и представлению результатов относительно трех безразмерных параметров: коэффициента безразмерной проводимости трещины ГРП (3.9), коэффициента вскрытия пласта трещиной ГРП (3.11) и коэффициента зоны загрязнения (3.12).

Такой подход позволяет учесть зависимость решения системы уравнений от всех возможных комбинаций параметров пласта, зоны загрязнения и геометрии трещины при рассмотрении стационарной фильтрации несжимаемой жидкости в трех связанных областях, отличных как по параметру проницаемости k , так и по геометрическим размерам. Коэффициент безразмерной проводимости трещины C_{fD} отражает соотношение «пропускной способности» трещины ГРП — $k_f w_f$ и «пропускной способности» пласта — $k_r x_f$. Коэффициент вскрытия пласта трещиной I_x определяет соотношение между основными геометрическими размерами областей фильтрации — полудлиной трещины x_f и радиусом контура питания R_e . Коэффициент загрязнения S_{fs} характеризует зону загрязнения с учетом ее относительных геометрических размеров и относительной проницаемости.

§ 4. Результаты численного моделирования

На рис. 4 приведен пример расчета поля безразмерного давления (цветовая гамма отражает значения поля давления) и линий тока при фильтрации несжимаемой жидкости к трещине ГРП, окруженной зоной загрязнения.

Наиболее показательным с точки зрения учета неравномерности фильтрационных свойств является рассмотрение графиков распределения давления в направлениях вдоль трещины по

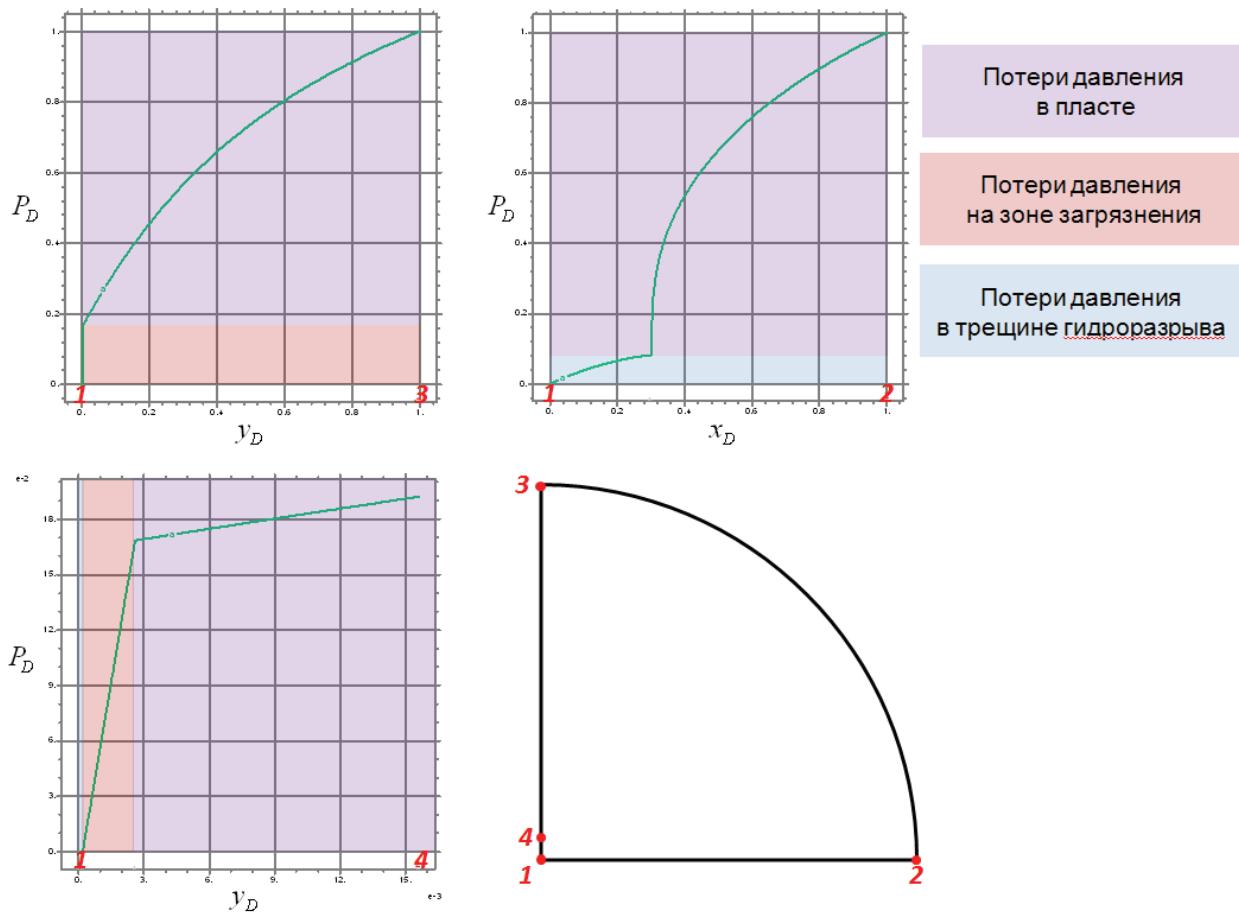


Рис. 5. Пример распределения давления в различных сечениях.

сечению 1–2 и перпендикулярно трещине по сечению 1–3 (и в укрупненном масштабе 1:4). Приведенные на рис. 5 профили давления отвечают характерным практическим значениям $I_x = 0,3$, $C_{fD} = 10$ ($S_{fs} = 0,29$), выявленным на основе проведенных лабораторных исследований по определению параметров y_{dz} и k_{dz} . Как и следовало ожидать, наибольший градиент давления реализуется в зоне загрязнения, что соответствует условию существенного снижения проницаемости пласта в зоне кольматации. Соответственно, в зоне наибольшей проницаемости (в трещине ГРП) градиент давления минимален.

Далее результаты численного моделирования представим в терминах, широко применяемых при практических инженерных расчетах. Введем понятие безразмерного коэффициента продуктивности скважины:

$$K_D = \int_0^1 \frac{\partial p_D}{\partial n} dh_D = \frac{Q}{\frac{2\pi k h_r}{\mu} (p_e - p_{wf})}, \quad (4.1)$$

где Q — объемный расход притока жидкости к скважине

$$Q = \frac{2\pi k h_r}{\mu} (p_e - p_{wf}) \int_0^1 \frac{\partial p_D}{\partial n} dz_D.$$

Определим зависимость безразмерного коэффициента продуктивности скважины от рассматриваемых безразмерных комплексов (C_{fD} , I_x , S_{fs}). Результаты расчетов представим в виде набора кривых (палеток), каждой из которых отвечают свои значения безразмерных комплексов.

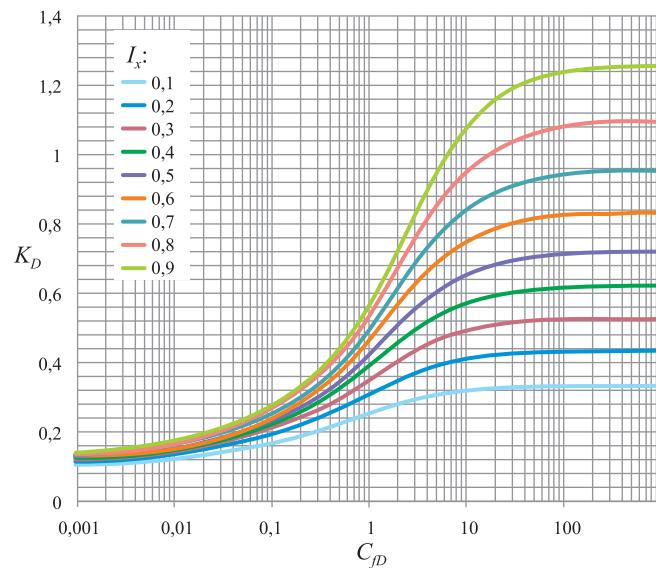


Рис. 6. Зависимость безразмерного коэффициента продуктивности от безразмерной проводимости и коэффициента вскрытия пласта трещиной ГРП.

На рис. 6. представлены результаты численного моделирования в виде зависимости безразмерного коэффициента продуктивности скважины от безразмерной проводимости трещины и коэффициента вскрытия пласта (I_x) для случая $S_{fs} = 0$ (отсутствие зоны загрязнения).

Из рис. 6 видно, что для $C_{fD} < 40$ безразмерный коэффициент продуктивности скважины можно аппроксимировать линейной функцией (в логарифмических координатах), а для $C_{fD} > 40$ искомую величину можно считать практически независимой от C_{fD} . При значениях $C_{fD} < 40$ для увеличения эффекта от ГРП целесообразно добиваться роста безразмерной проводимости, а при $C_{fD} > 40$ более целесообразно увеличивать коэффициент вскрытия пласта трещиной I_x (то есть длину трещины), чем безразмерную проводимость трещины C_{fD} .

На рис. 7 представлены палетки, построенные для коэффициента вскрытия пласта $I_x = 0,5$ при варьировании значений двух других безразмерных параметров пласта — безразмерной проводимости трещины C_{fD} и коэффициента зоны загрязнения S_{fs} .

Из представленного примера решения очевидно, что влияние «параметра кольматации» не как однозначно: для малых значений параметра S_{fs} наличие зоны загрязнения не существенно влияет на изменение продуктивности скважины по сравнению со скважиной с неповрежденной притрещинной зоной. Однако с ростом интенсивности загрязнения прискважинной зоны падение продуктивности скважин с высоким C_{fD} становится весьма существенным. Следовательно, в каждом конкретном случае для оценки эффективности конкретной технологической операции необходимо проводить анализ результатов ГРП путем вычисления коэффициентов S_{fs} , C_{fD} и I_x .

Сравнение расчетных кривых с результатами промысловых и лабораторных исследований показывает, что наличие зоны загрязнения может приводить к снижению расчетной продуктивности скважины с ГРП на 15–20% для практического диапазона безразмерной проводимости трещины ГРП ($C_{fD} = 1–10$).

Заключение

Метод введения характерных безразмерных параметров задачи позволяет унифицировать процесс математического моделирования и получать результаты в широком классе задач. Аналогичным методом авторами также решена задача о моделировании течения сжимаемого флюида в анизотропном пласте с представлением результатов в виде зависимостей от расширенного комплекса характерных безразмерных параметров.

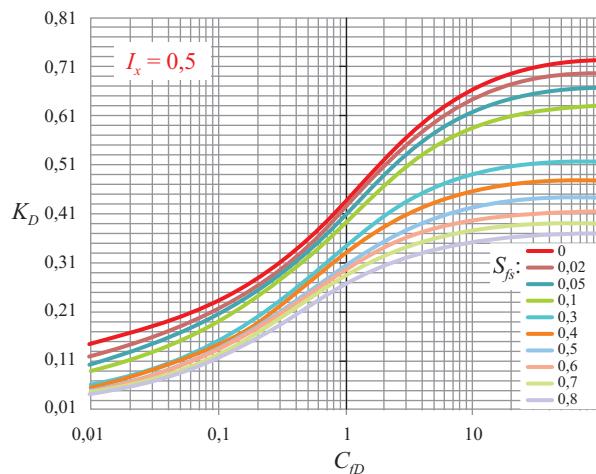


Рис. 7. Зависимость безразмерного коэффициента продуктивности скважины (K_d) от различных C_{fd} и S_{fs} для $I_x = 0,5$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерностей в механике. — М.: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987 — 432 с.
2. Каневская Р. Д. Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта. — М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 1999. — 212 с.
3. McGuire J. M., Sikora V. J. The effect of vertical fractures on well productivity // Trans. AIME. — 1960. — V. 219. — P. 401–403.
4. Prats M. Effect of vertical fractures on reservoir behavior — incompressible fluid case // Soc. Petrol. Eng. Journal. — 1961. — V. 1, № 2. — P. 105–118.
5. Cinco-Ley, Fernando Samaniego-V Transient Pressure Analysis Finite Conductivity Fracture Case Versus Damaged Fracture Case, San Antonio, paper SPE, 4–7 October 1981, San Antonio, Texas, 1981. — P. 1749–1746.
6. Экономидес М., Олинни Р., Валько П. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике. — Ижевск, Изд-во «ИКИ», 2007. — 234 с.

Поступила в редакцию 10.11.09

A. V Pestrikov, M. N Kravchenko, A. P. Basharov

Universal approach to the mathematical modeling of the class of technical problems of the afflux of a fluid to a crack of hydraulic fracturing of formation

This work presents the basic application of dimensional analysis to the problem of fluid flow in porous media with finite conductivity fracture complicated by presence of damaged zone around the fracture.

Two kinds of fracture damage parameters are studied: a damaged zone width around the fracture and a damaged zone permeability reduction caused by the fracturing fluid loss in the formation. This paper emphasizes that damage effects on well productivity are quite different for different values of dimensionless fracture conductivity, fracture penetration ratio and damage factor. Special type curves for steady-state productivity index can be used to identify different cases when damaged zone influence on well productivity index becomes quite significant.

Keywords: flow in porous media, hydraulic fracturing, damaged zone, dimensional analysis, similarity theory, computational modelling

Mathematical Subject Classifications: 76S05, 76M55

Пестриков Алексей Владимирович, аспирант РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, Москва, Ленинский проспект, 65,
E-mail: alexey.pestrikov@gmail.com

Кравченко Марина Николаевна, к. ф.-м. н., доцент кафедры Нефтегазовой и подземной гидромеханики РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, Москва, Ленинский проспект, 65,
E-mail: marina@genebee.msu.ru

Башаров Альберт Радикович, магистрант РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, Москва, Ленинский проспект, 65,
E-mail: alik2487@mail.ru