

УДК 531.37, 532.582.2

© *Е. В. Ветчинин, А. И. Кленов*

## ОПТИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЯ СКОРОСТИ ЖИДКОСТИ ВОКРУГ ПАДАЮЩЕЙ ПЛАСТИНЫ<sup>1</sup>

Данная работа посвящена экспериментальной проверке конечномерной модели Андерсена–Песавенто–Ванг, описывающей плоскопараллельное движение тяжелой пластины в сопротивляющейся среде. В качестве основного метода исследования мы используем видеосъемку процесса падения пластины с PIV-измерением скорости окружающих ее потоков жидкости. По результатам эксперимента были построены траектории движения пластин, линии тока и оценены частоты колебаний пластины во время движения. Мы провели ряд экспериментов для пластин различных плоскостей и размеров. Траектории движения пластин, изготовленных из пластика, качественно подходят на траектории, предсказанные по модели Андерсена–Песавенто–Ванг. Однако измеренные и рассчитанные частоты колебаний отличаются существенно. Для пластины, изготовленной из высокоуглеродистой стали, результаты расчетов и измерений не согласуются ни количественно, ни качественно.

*Ключевые слова:* PIV – Particle Image Velocimetry, задача Максвелла, модель Андерсена–Песавенто–Ванг.

### Введение

Задача о падении тонкой пластины в сопротивляющейся среде относится к классическим задачам аэрогидромеханики. Несмотря на кажущуюся простоту этого процесса, в зависимости от размеров пластины, ее плотности и начальных условий возможны четыре различных режима движения.

1. Прямолинейное падение.
2. Колыхание из стороны в сторону (fluttering).
3. Регулярное кувыркание (авторотация).
4. Хаотическое движение со сменой направления вращения.

Отметим, что даже в домашних условиях с помощью пластин различных размеров и плотности нетрудно убедиться в реализуемости любого из четырех режимов.

Впервые задача о падении пластины была рассмотрена, по-видимому, в работе Дж. К. Максвелла [13], где автор описал свое видение аэродинамики падающей бумажной полоски, к сожалению, без математического исследования. В более поздней работе Н. Е. Жуковского [1] проводится уже математический анализ процессов движения тонкой пластины во внешнем потоке с целью исследования парения птиц.

Современные исследования динамики падающей пластины проводятся тремя способами: на основе конечномерных моделей, на основе совместного решения уравнений динамики твердого тела и уравнений Навье–Стокса, экспериментально.

Известно множество конечномерных моделей, описывающих падение тонких пластин [2, 4, 6, 16]. Такие модели достаточно просты и могут быть исследованы качественно, однако они все дают различные результаты при одних и тех же физических параметрах. Анализ конечномерных моделей был проведен в недавней работе [3].

Применение уравнений Навье–Стокса для расчета сил и моментов сопротивления, хотя и влечет определенные вычислительные трудности, может обеспечить более достоверный расчет динамики. В работе [11] представлены результаты моделирования свободного падения пластины с профилем эллиптической формы на основе метода штрафных объемов (Volume

<sup>1</sup>Работа поддержана грантом РФФИ № 15–08–09093-а.

Penalization Method). Большинство вычислительных работ проводятся для пластин эллиптической формы. На практике для экспериментальных исследований достаточно просто изготовить пластину с прямоугольным профилем, и поэтому возникает естественный интерес сравнить динамику пластин различного профиля. Такое сравнение проведено в [10], где моделирование проводится на основе газокинетической схемы и с применением подвижных сеток. Показано, что результаты расчетов для обоих профилей близки в случае флаттеринга, однако в режиме авторотации скорость вращения прямоугольной пластины меньше.

Среди экспериментальных работ отметим следующие. В [5] с помощью видеосъемки отслеживается реальная траектория падающей в воде алюминиевой пластины и проводится сравнение с результатами, полученными в численном расчете. В [12] экспериментально исследуется режим авторотации бумажных полосок, падающих в воздухе, и установлена связь частоты вращения  $\Omega$  пластины с ее толщиной и шириной.

Безусловно, полное и корректное исследование данного процесса должно включать в себя анализ динамики в широком диапазоне изменения параметров на основе конечномерных моделей, численного моделирования с привлечением уравнений Навье–Стокса, а также экспериментальное исследование с отслеживанием траектории движения и визуализацией генерируемых пластиной потоков. Из подобных широких исследований отметим недавнюю работу [9], где проведен сравнительный анализ результатов численного моделирования падения пластины на основе уравнений Навье–Стокса и модели на основе обыкновенных дифференциальных уравнений, уточнена конечномерная модель и проведена экспериментальная проверка для случая падения алюминиевой пластины с соотношением толщины к длине 1/20.

Существенное влияние на динамику оказывает нестационарность движения жидкости, окружающей пластину. Для исследования потоков, генерируемых падающим телом, необходимо применять методы их визуализации. Еще Л. Прандтль предложил исследовать течения с помощью наблюдения за пассивно переносимыми жидкостью частицами [14]. В качестве таких частиц могут выступать, например, частицы краски [17, 18]. Одним из современных методов визуализации течения является метод PIV (Particles Image Velocimetry) [7, 15], предполагающий покадровую съемку жидкости, засеянной светоотражающими частицами, с последующей цифровой обработкой и определением мгновенного поля скорости. Полное описание технологии PIV можно найти в книге [14].

Основной целью данной работы является экспериментальная проверка адекватности модели Андерсона–Песавенто–Ванг [4] и PIV-визуализация потоков, создаваемых падающей пластиной.

## § 1. Конечномерная модель Андерсона–Песавенто–Ванг

В качестве конечномерной модели мы выбрали модель Андерсона–Песавенто–Ванг [4], которая построена на основе обработки результатов численного решения уравнений Навье–Стокса. Для описания движения вводятся две системы координат: неподвижная  $OXY$  и подвижная жестко связанная с телом  $O_1xy$  (см. рис. 1)

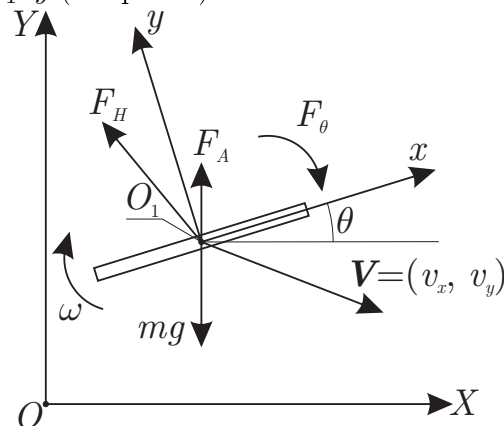


Рис. 1. Системы координат и действующие на пластину силы

Модель Андерсона–Песавенто–Ванг описывает движение пластины в подвижной системе координат и имеет вид

$$\begin{aligned}
 (m + m_x)\dot{v}_x &= (m + m_y)v_y\omega - \rho_f\Gamma v_y - mg(1 - \rho_f\rho_s^{-1})\sin\theta - F_x, \\
 (m + m_y)\dot{v}_y &= -(m + m_x)v_x\omega + \rho_f\Gamma v_x - mg(1 - \rho_f\rho_s^{-1})\cos\theta - F_y, \\
 (I + J)\dot{\omega} &= (m_x - m_y)v_xv_y - F_\theta, \\
 \Gamma &= -2C_T a \frac{v_x v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} + 2C_R a^2 \omega, \\
 \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} &= \rho_f a \left( C_A - C_B \frac{v_x^2 - v_y^2}{v_x^2 + v_y^2} \right) \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}, \\
 F_\theta &= \pi \rho_f a^4 \left( \frac{U}{L} \mu_1 + \mu_2 |\omega| \right) \omega, \\
 U &= a, \quad L = \sqrt{(\rho_s/\rho_f - 1)gb},
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

где  $m$  — масса,  $I$  — момент инерции,  $m_x, m_y$  — присоединенные массы,  $J$  — присоединенный момент инерции,  $\rho_f$  — плотность жидкости,  $\rho_s$  — плотность материала пластины,  $v_x, v_y$  — проекции скорости пластины на оси подвижной системы координат,  $\omega$  — угловая скорость пластины,  $F_x, F_y, \rho_f\Gamma v_y, \rho_f\Gamma v_x$  — составляющие гидродинамического сопротивления  $F_H$  в проекциях на оси подвижной системы координат,  $F_\theta$  — момент гидродинамической силы.

Коэффициенты

$$C_T = \frac{6}{5}, \quad C_R = \pi, \quad C_A = \frac{7}{5}, \quad C_B = 1.$$

Параметры  $\mu_1 = \mu_2 = 0.2$  согласно работе [4] обеспечивают качественное согласование конечно-номерной модели и прямого численного моделирования.

Положение пластины относительно неподвижной системы координат задается координатами  $(x, y)$  точки  $O_1$  и углом  $\theta$  между положительными направлениями осей  $O_1x$  и  $OX$ , причем направление против часовой стрелки считается положительным. Для описания действительного положения пластины справедливы следующие кинематические соотношения:

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= v_x \cos\theta - v_y \sin\theta, \\
 \dot{Y} &= v_x \sin\theta + v_y \cos\theta, \\
 \dot{\theta} &= \omega.
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Уравнения (1.1) и (1.2) полностью описывают движение эллиптической пластины, однако на основе результатов работы [10] данная модель может быть применена и к пластинам с прямоугольным профилем.

## § 2. Методика эксперимента

**2.1. Технология PIV.** Технология PIV (Particle Image Velocimetry) заключается в отслеживании смещений светоотражающих частиц (трассеров), засевающих исследуемый объем жидкости. Как правило, такие частицы добавляются извне, например, в воздушной среде используют пузырьки, заполненные гелием, или частицы масла, а в водной — полые сферические стеклянные частицы. Трассеры имеют диаметр порядка  $1 \div 30$  мкм, легко переносятся потоками жидкости и не вносят каких-либо существенных изменений в аэрогидродинамику.

В данной работе мы используем 2D-PIV-измерения (другие виды измерений можно найти, например, на сайте [8]). В системах 2D-PIV осуществляется подсветка течения с помощью лазерного ножа в некоторой выбранной плоскости в два близких момента времени, которые мы обозначим  $t$  и  $t'$ . Интервал  $\Delta t = t' - t$  между моментами подсветки рассчитывается по характерной скорости течения. Свет, отраженный частицами, находящимися в плоскости подсветки,

фиксируется камерой. Поскольку за время  $\Delta t$  каждая частица переносится местным полем скорости жидкости на некоторое расстояние, то и снятые в моменты времени  $t$  и  $t'$  изображения будут отличаться.

Зафиксированные камерой изображения разбиваются на малые подобласти — области опроса (в англоязычной литературе *interrogation area*), каждая из которых обрабатывается с помощью статистических методов (авто- и кросс-корреляция). Считается, что в течение времени  $\Delta t$  движение частиц в каждой подобласти однородно. В результате обработки получается численная оценка смещений частиц в плоскости съемки. По оценке смещений вычисляются скорости потока жидкости для каждой области опроса. Технология 2D-PIV позволяет определить только две компоненты вектора скорости, лежащие в плоскости подсветки.

**2.2. Описание стенда.** Для исследования падения пластины в жидкости методом PIV-измерений разработан лабораторный стенд, который состоит из следующих компонентов.

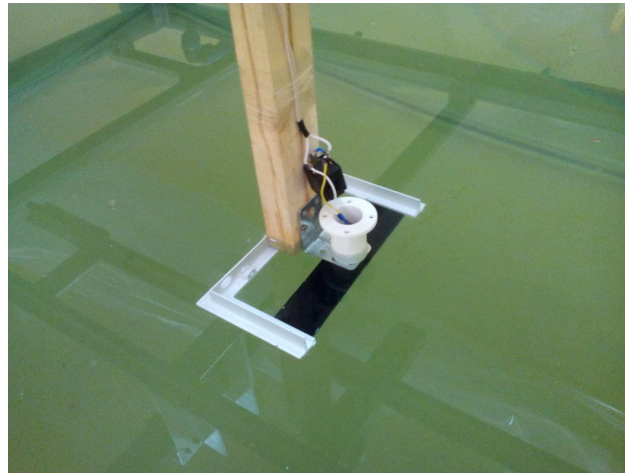


Рис. 2. Электромагнитный держатель с пластиной

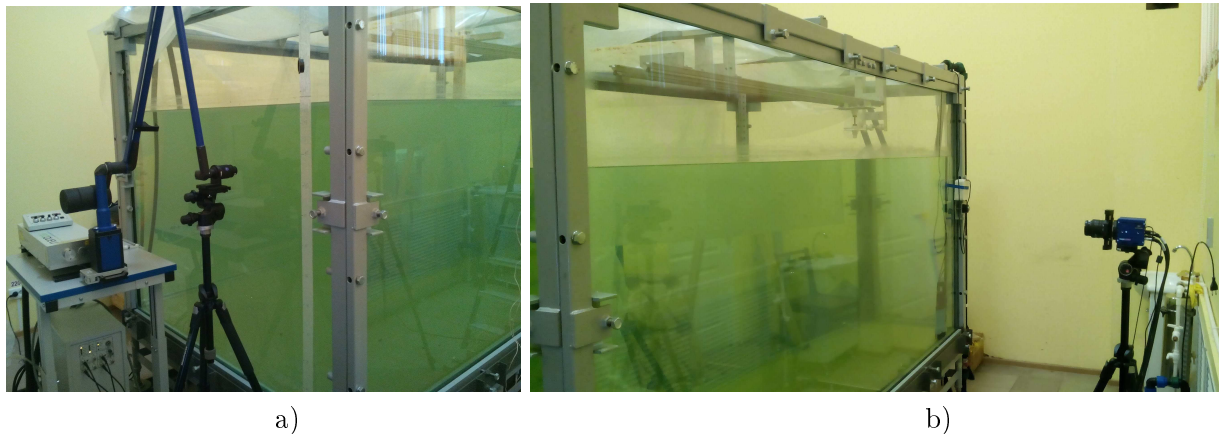


Рис. 3. а) Лазер, оптический канал и формирователь лазерного ножа; б) камера

1. Бассейн  $2 \times 1.5 \times 1.8$  м, заполненный водой с примесью светоотражающих частиц (трассеров). В качестве таких частиц мы использовали полые стеклянные сферы диаметром 1 мкм. Трассеры обладают плавучестью, близкой к нейтральной, и могут достаточно долго находиться во взвешенном (неосевшем) состоянии. Кроме того, они достаточно легко увлекаются окружающими потоками.

2. Сдвоенный импульсный Nd:YAG лазер производства Litron Laser (модель NANO L 200-15). Для волны 532 нм, максимальная энергия 230 мДж, максимальная частота повторения импульсов 15 Гц. Лазер обеспечивает два последовательных импульса через малый временной промежуток  $\Delta t$ , чтобы обеспечить подсветку трассеров в два близких момента времени. Величина этого промежутка оценивается по характерной скорости потока. Неверный выбор  $\Delta t$  может привести к некорректным результатам, которые объясняются стробоскопическим

эффектом. Излучение от обоих лазеров выводится на одну оптическую ось с помощью системы зеркал.

3. Оптический канал с внутренней системой зеркал и блок формирования лазерного ножа. Оптический канал используется для облегчения позиционирования лазерного луча и передачи его к блоку формирования световой плоскости — лазерному ножу.

4. Видеокамера Imager sCMOS производства LaVision с объективом Nikon 50 мм f/1.4D и светофильтром на 532 нм. Данная видеокамера используется для регистрации отраженных трассеров света. Максимальная частота, с которой система может отслеживать перемещения трассеров, составляет не более 15 Гц. При данной частоте аппаратные возможности системы позволяют провести не более 90 захватов изображений, что связано с ограниченностью внутренней памяти камеры и скоростью передачи данных.

5. Блок синхронизации лазера и камеры с программным продуктом DaViS от LaVision. Этот блок необходим для того, чтобы обеспечить подсветку трассеров в момент съемки. Даже небольшое рассогласование работы камеры и лазера приводит к тому, что на одном или на обоих кадрах трассеры будут не видны и, как следствие, невозможно будет оценить поле скорости. Для более точной настройки блока синхронизации мы используем ПО DaViS, которое позволяет установить необходимые времена задержки/опережения в работе камеры и лазера.

6. Калибровочная пластина, необходимая для относительного позиционирования лазерного ножа и камеры в области съемки, настройки масштабирования изображения (перевод пикселей в метрические единицы) и настройки фокуса.

7. Электромагнитный пускатель пластины. При опускании пластины большое значение имеют ориентация пластины и возмущения в начальный момент времени. Поскольку большая часть известных теоретических и экспериментальных результатов по исследованию падения пластины даны в плоско-параллельной постановке, то необходимо, чтобы пластина двигалась перпендикулярно световой плоскости, но даже малые возмущения ведут к существенным отклонениям от требуемых условий. Для обеспечения чистоты эксперимента необходимо минимизировать начальные возмущения и обеспечить повторяемость условий эксперимента. Задание начальной ориентации пластины и ее отпускание производятся с помощью электромагнитного пускателя, что исключает внешнее возмущение. Пускатель погружен в воду, чтобы исключить возмущения от входа пластины в воду.

8. Прямоугольная пластина. В экспериментах мы использовали пластиковые пластины плотностью  $1250 \text{ кг/м}^3$  с смонтированным металлическим элементом, расположенным в центре масс пластины, и пластину из высокоуглеродистой стали плотностью  $6200 \text{ кг/м}^3$ . Для уменьшения вторичного переотражения лазерного излучения пластины были покрыты черной матовой краской.

**2.3. Методика эксперимента.** При проведении экспериментов была выработана следующая методика.

1. Определить область жидкости, в которой продится исследование, и провести калибровку оборудования на данной области.

2. Определить среднюю скорость движения пластины и рассчитать задержку  $\Delta t$  между последовательными импульсами лазера.

3. Внести в воду трассеры и добиться их относительно однородного распределения по всему объему.

4. Определить задержки моментов съемки, обеспечивающие подсветку трассеров в два близких момента времени.

5. Закрепить пластину в пускателе параллельно свободной поверхности и перпендикулярно световой плоскости. Поскольку процесс фиксации производится вручную, то в исследуемый объем жидкости вносятся возмущения. Установлено, что для их затухания достаточно порядка 15–20 мин.

6. Опускаем пластину и производим запись перемещения трассеров в световой области.

7. С помощью ПО DaViS производим расчет поля скорости жидкости вокруг падающей пластины.

Для проверки повторяемости мы воспроизводили 6 раз пункты 5–7. Иногда при опускании пластины возникает небольшой перекосяк и, как следствие, уход от требуемого плоскопараллельного режима движения. Такие режимы движения в данной работе не рассматриваются.

В экспериментах мы проводили съемку следующих прямоугольных пластин:

- 1) пластиковая,  $261 \times 25 \times 3$  мм, плотность  $1250 \text{ кг/м}^3$ ;
- 2) пластиковая,  $215 \times 38 \times 3$  мм, плотность  $1250 \text{ кг/м}^3$ ;
- 3) стальная,  $310 \times 12.36 \times 0.72$  мм, плотность  $6200 \text{ кг/м}^3$ .

### § 3. Результаты эксперимента

#### 3.1. Пластина 1

Согласно модели (1.1), (1.2) для первой пластины независимо от начального угла  $\theta|_{t=0}$  реализуется автоколебательный режим движения. Расчетная траектория пластины и зависимость угла поворота от времени изображены на рисунке 4.

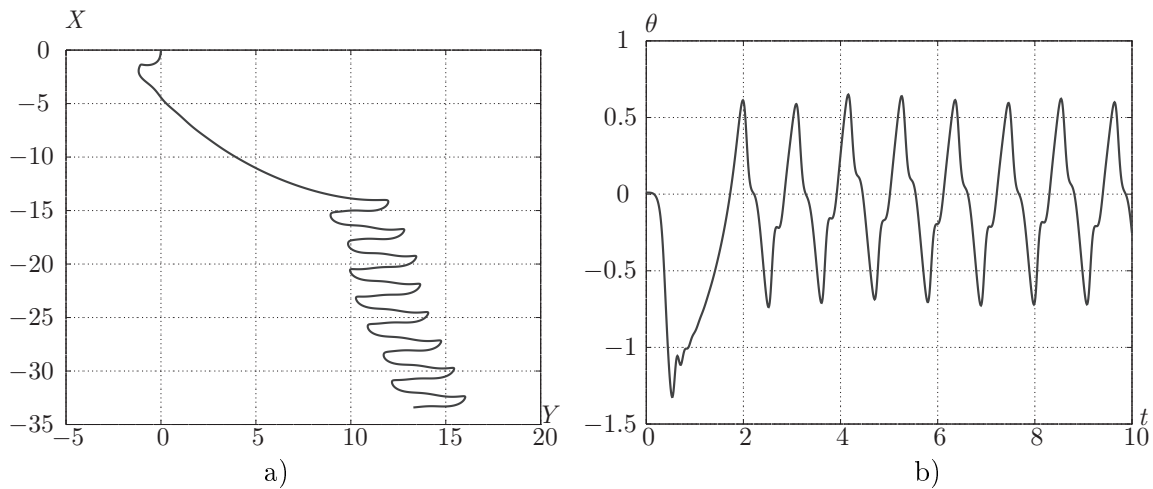


Рис. 4. а) Траектория движения пластины в плоскости  $OXY$ ; б) зависимость угла поворота пластины  $\theta$  от времени  $t$

Расчетная частота колебаний пластины —  $\nu_{APW} \approx 0.92$  Гц.

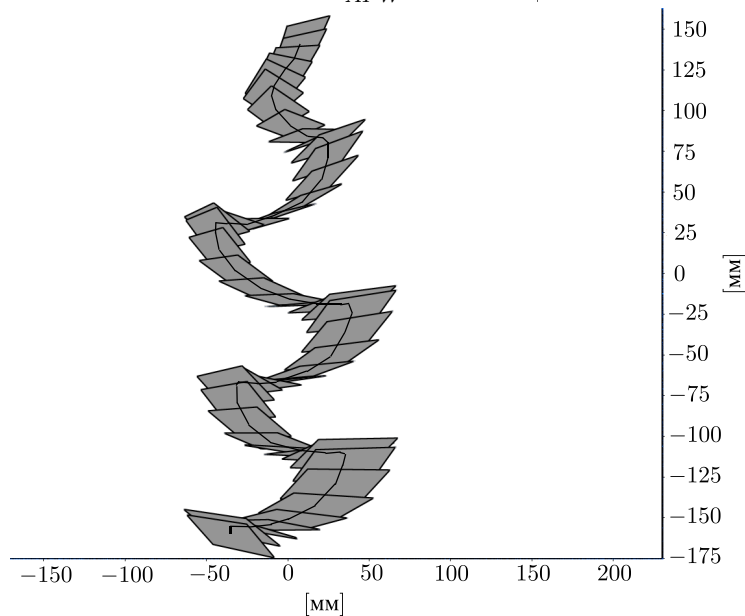


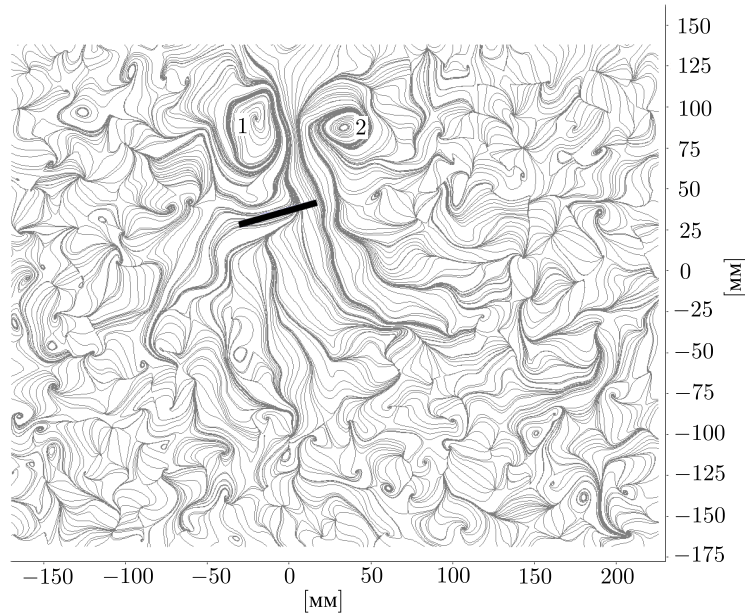
Рис. 5. Траектория движения, полученная экспериментально, и положения пластины

Мы провели видеосъемку процесса падения первой пластины с частотой 10 кадров в секунду. В начальный момент времени пластина располагалась горизонтально. Во всех запусках

пластина двигалась в автоколебательном режиме (fluttering). Результаты эксперимента приведены на рисунках 5–9.

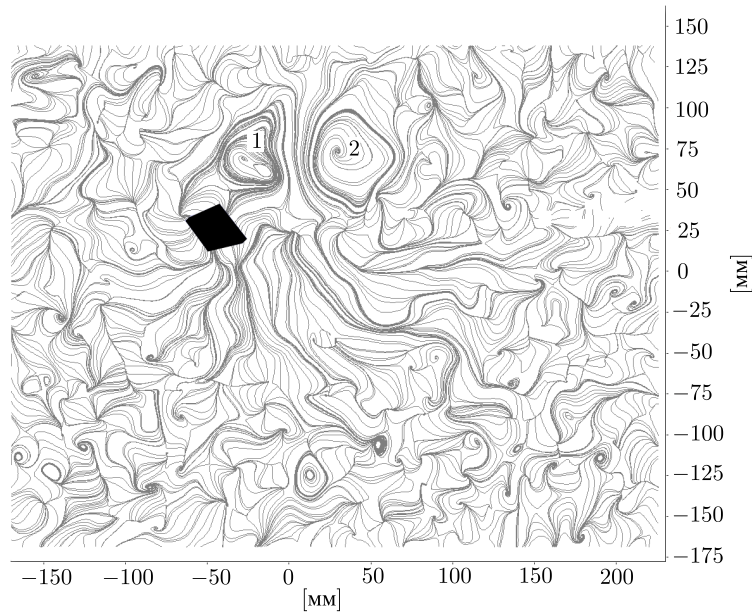
На рисунке 5 приведены траектория движения пластины и ее положения через каждые 0.1 с. Несмотря на качественное совпадение траекторий, полученных экспериментально и расчетным путем, имеется количественное расхождение, действительная частота колебаний  $\nu \approx 0.66$  Гц.

На рисунке 6 показаны линии тока и поле скорости жидкости в момент  $t = 2.5$  с, а также силуэт пластины.



**Рис. 6.** Линии тока в момент времени  $t = 2.5$  с

Из рисунка 6 видно, что за пластиной образуется след в вихрях 1 и 2. Кроме того, видны фоновые течения. Скорость фоновых течений на порядок ниже скорости потока, генерируемого пластиной.



**Рис. 7.** Линии тока в момент времени  $t = 2.9$  с

При смене направления движения происходит образование вихря на кромке пластины



с дальнейшим его отрывом. На рисунке 7 изображены линии тока перед моментом смены направления движения пластины. Видно, что за пластиной следуют вихри 1 и 2.

После изменения направления движения за пластиной образуется вихрь 3 (см. рис. 8).

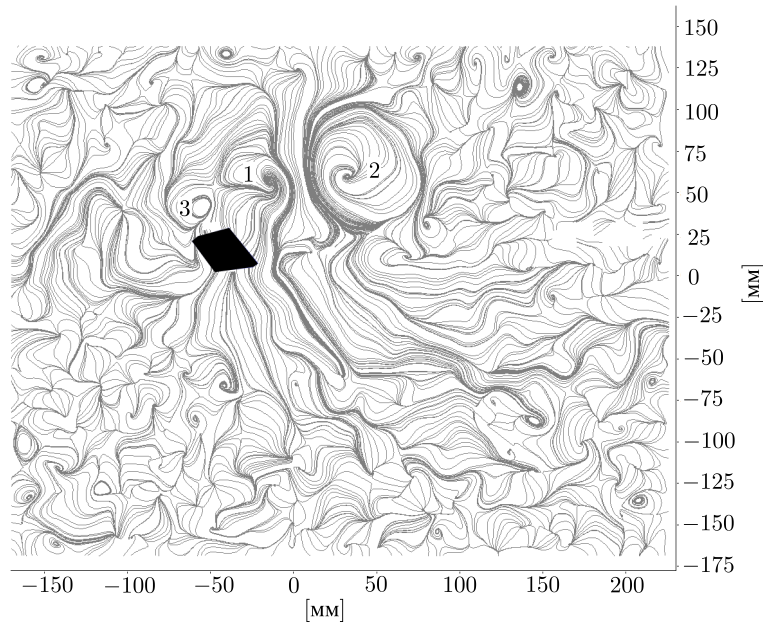


Рис. 8. Линии тока в момент времени  $t = 3$  с

В итоге после многократных смен направления движения за пластиной образуется вихревой след, показанный на рисунке 9. Вихри отмечены цифрами 1, 2, 3, 4, 5.

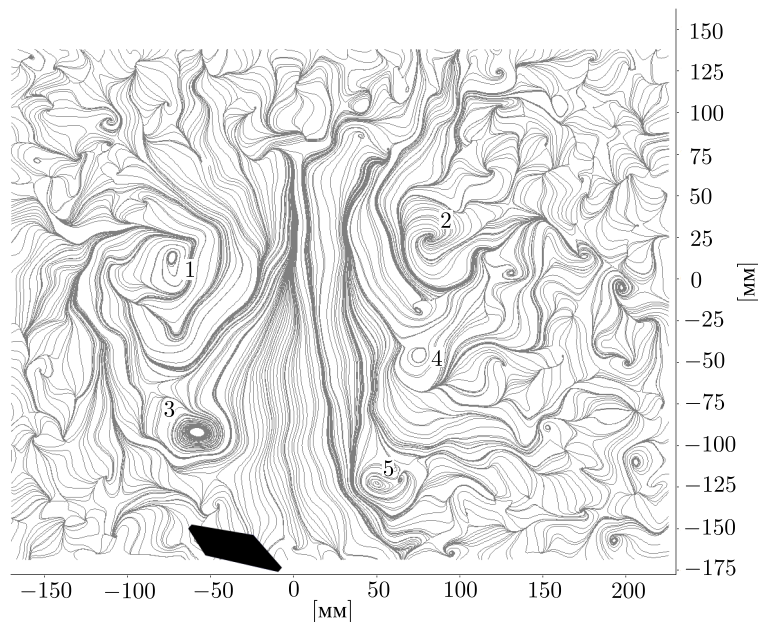


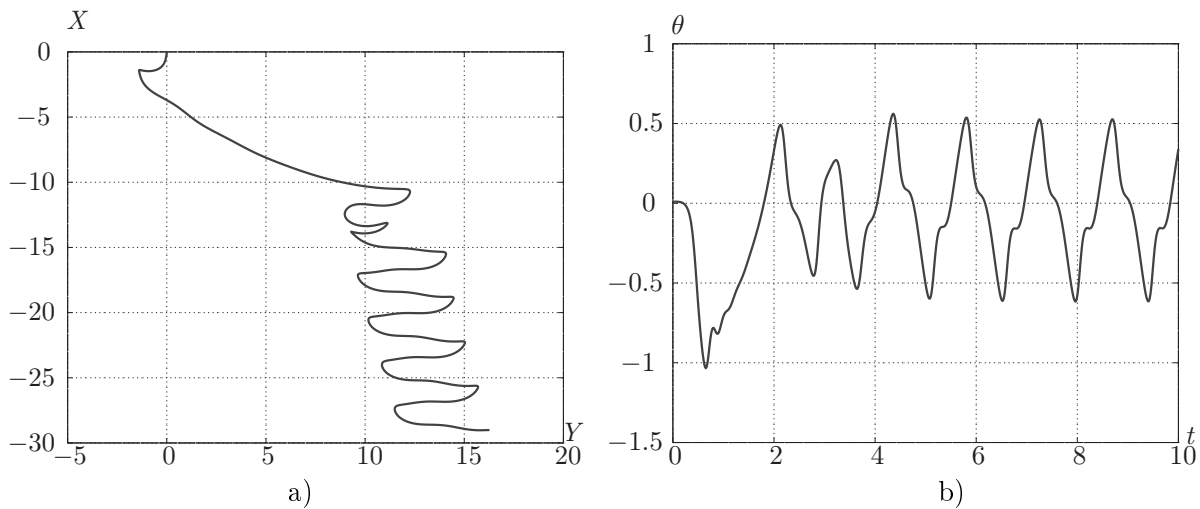
Рис. 9. Линии тока в момент времени  $t = 5.9$  с

### 3.2. Пластина 2

Согласно модели (1.1), (1.2) для второй пластины независимо от начального угла  $\theta|_{t=0}$  реализуется автоколебательный режим движения. Расчетная траектория пластины и зависимость угла поворота от времени изображены на рисунке 10.

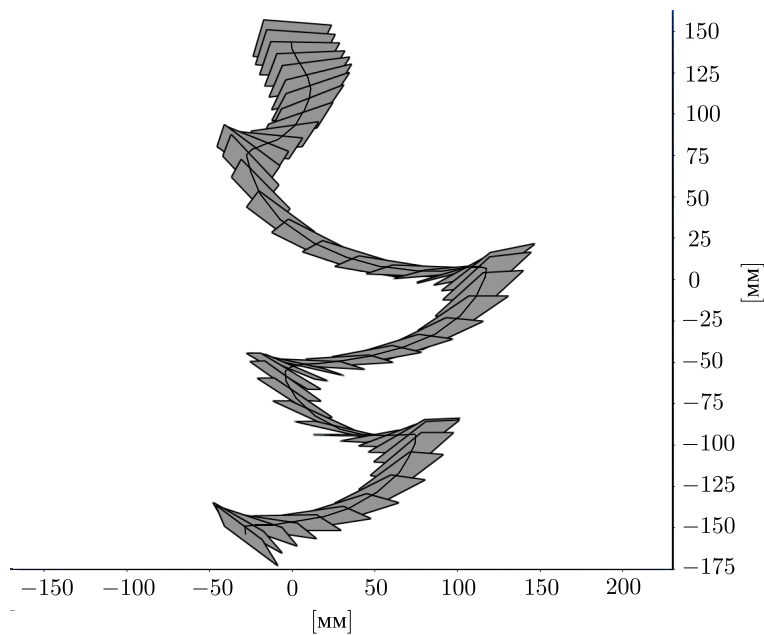
Расчетная частота колебаний пластины составляет  $\nu_{APW} \approx 0.69$  Гц.





**Рис. 10.** а) Траектория движения пластины в плоскости  $OXY$ ; б) зависимость угла поворота пластины  $\theta$  от времени  $t$

Мы провели видеосъемку процесса падения второй пластины с частотой 10 кадров в секунду. В начальный момент времени пластина располагалась горизонтально. Во всех запусках пластина двигалась в автоколебательном режиме (fluttering). Результаты эксперимента приведены на рисунках 11, 12.



**Рис. 11.** Траектория движения, полученная экспериментально, и положения пластины

На рисунке 11 ломаной линией обозначена траектория движения пластины. Несмотря на качественное совпадение траекторий, полученных экспериментально и расчетным путем, имеется количественное расхождение, действительная частота колебаний  $\nu \approx 0.48$  Гц

На рисунке 12 изображен вихревой след, образовавшийся после прохождения пластины (вихри отмечены цифрами 1, 2, 3, 4). Как и в предыдущем эксперименте скорость фоновых течений на порядок меньше, чем средняя скорость следа.

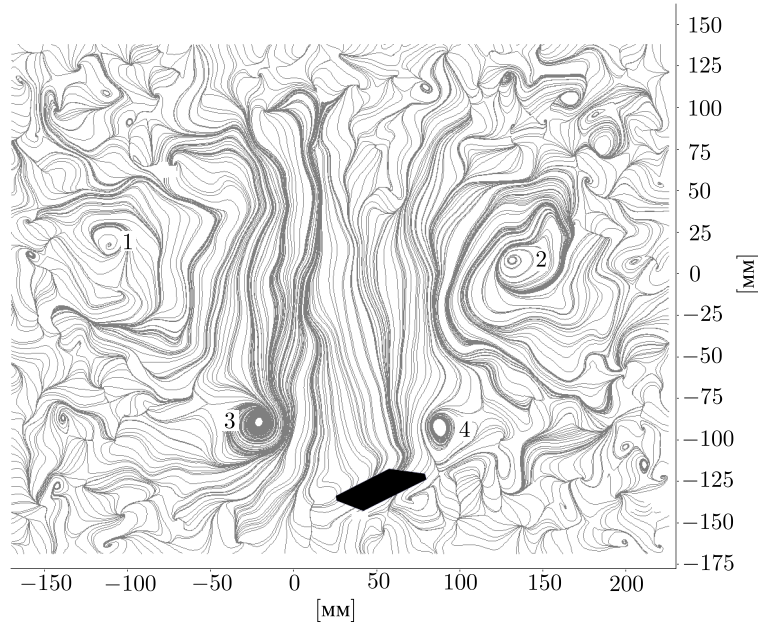


Рис. 12. Линии тока в момент времени  $t = 5.6$  с

### 3.3. Пластина 3

Согласно модели (1.1) для третьей пластины независимо от начального угла реализуется автоколебательный режим движения. Расчетная траектория пластины и зависимость угла поворота от времени изображены на рисунке 13.

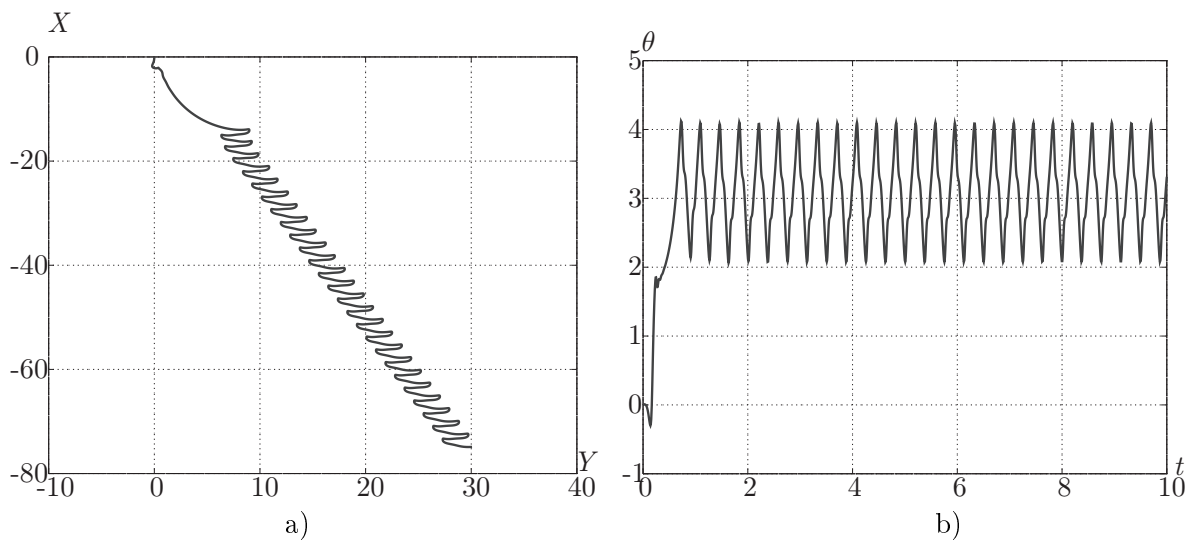
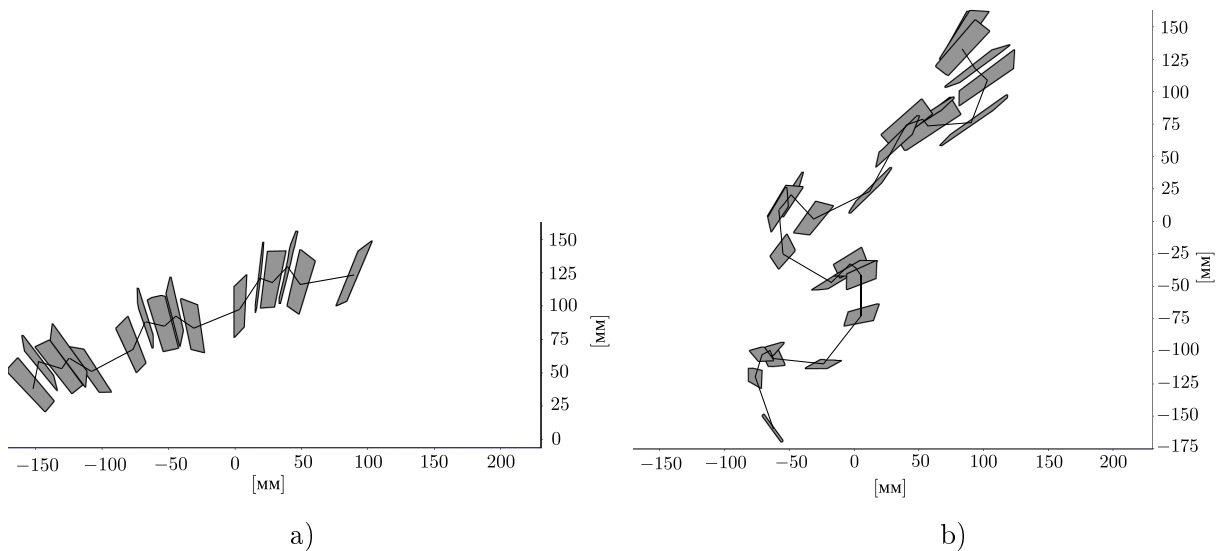


Рис. 13. а) Траектория движения пластины в плоскости  $OXY$ ; б) зависимость угла поворота пластины  $\theta$  от времени  $t$

Согласно расчету частота колебаний пластины —  $\nu_{APW} \approx 2.67$  Гц.

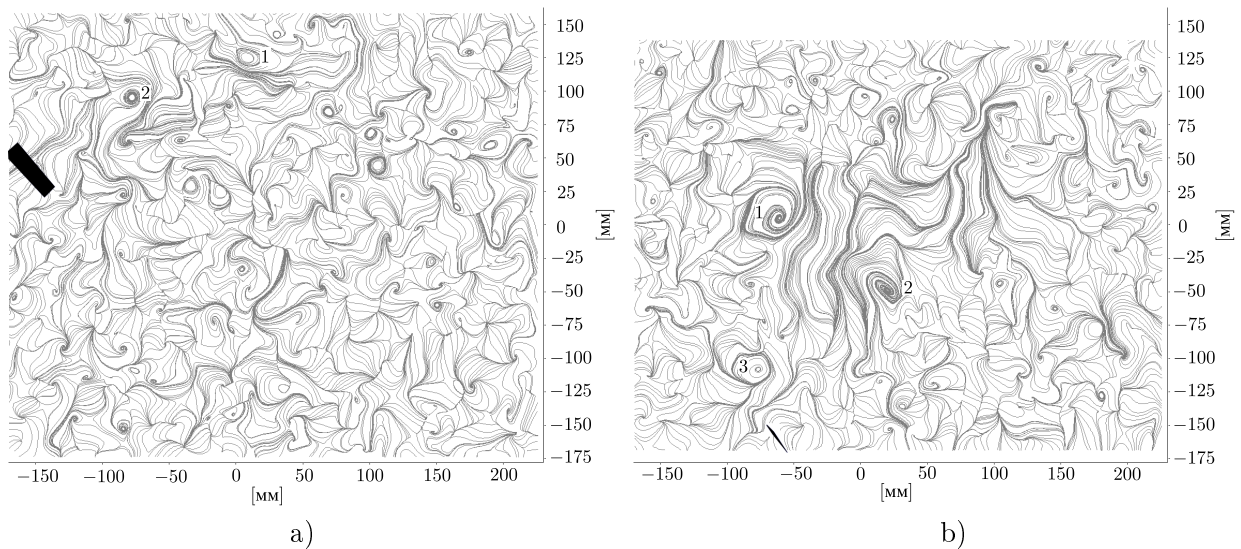
Мы провели видеосъемку процесса падения третьей пластины с частотой 15 кадров в секунду. В начальный момент времени пластина располагалась горизонтально. В различных запусках реализовывались различные режимы движения. Траектории движения и положения пластины в различные моменты времени приведены на рисунке 14.

Для режима, показанного на рисунке 14, а, частота авторотации составила  $\nu \approx 2.727$  Гц. Для режима, показанного на рисунке 14, б, в начальный момент реализуется авторотация, затем происходит смена режима. При этом частота автоколебаний  $\nu \approx 1.5$  Гц.



**Рис. 14.** Фотоколлаж результатов видеосъемки: а) режим авторотации; б) автоколебательный режим

На рисунке 15 показаны линии тока для случаев авторотации и автоколебаний.



**Рис. 15.** Линии тока для различных режимов движения: а) режим авторотации при  $t = 1.47$  с; б) автоколебательный режим при  $t = 2.13$  с

На рисунке 15, а цифрами 1 и 2 отмечены вихри, образовавшиеся в результате двух переворотов пластины. На рисунке 15, б цифрами 1, 2 и 3 обозначены вихри, образовавшиеся в результате смен направления движения пластины. Эта картина течения аналогична рассмотренной выше.

#### § 4. Заключение

В данной работе мы провели видеосъемку процесса падения пластины в водной среде и сравнили результаты съемки с результатами, полученными расчетным путем по модели Андерсона–Песавенто–Ванг. В экспериментах были реализованы режимы флаттеринга для пластиковой пластины и авторотации для стальной.

Для пластиковой пластины имеется качественное, но не количественное совпадение экспериментальных и расчетных результатов. Для стальной пластины результаты эксперимента расходятся с расчетными не только количественно, но и качественно.

Помимо измерения траектории движения мы провели PIV-измерение генерируемых падающей пластиной потоков. Измерения показали, что в исследуемом объеме жидкости имеются фоновые течения, а потоки, создаваемые пластиной, нерегулярны.

Остаются открытыми следующие вопросы:

- 1) исследование зависимости режима движения от плотности, формы профиля и размеров пластины;
- 2) исследование зависимости режима движения от начального угла;
- 3) исследование влияния фоновых течений на процесс падения пластины;
- 4) съемка процесса падения в течение продолжительного времени, построение фазовых портретов различных динамических переменных и исследование степени хаотизации процесса движения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуковский Н.Е. О парении птиц // Полное собрание сочинений. Т. 5: Вихри. Теория крыла. Авиация. М.–Л.: Главная редакция авиационной литературы, 1937. С. 7–35
2. Козлов В.В. К задаче о падении тяжелого твердого тела в сопротивляющейся среде // Вестник Московского университета. Сер. Математика. Механика. 1990. Т. 1. С. 79–86.
3. Кузнецов С.П. Движение падающей пластины в жидкости: конечномерные модели и феномены сложной нелинейной динамики // Нелинейная динамика. 2015. Т. 11. № 1. С. 3–49.
4. Andersen A., Pesavento U., Wang Z.J. Analysis of transitions between fluttering, tumbling and steady descent of falling cards // J. Fluid Mech. 2005. Vol. 541. P. 91–104.
5. Andersen A., Pesavento U., Wang Z.J. Unsteady aerodynamics of fluttering and tumbling plates // J. Fluid Mech. 2005. Vol. 541. P. 65–90.
6. Belmonte A., Eisenberg H., Moses E. From flutter to tumble: inertial drag and froude similarity in falling paper // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 81. № 2. P. 345–348.
7. Bosbach J., Kühn M., Wagner C., Raffel M., Resagk C., du Puits R., Thess A. Large scale particle image velocimetry of natural and mixed convection // 13th Int. Symp. on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics. Lisbon, Portugal, 2006.  
[http://lces.dem.ist.utl.pt/lxaser/lxaser2006/downloads/papers/03\\_1.pdf](http://lces.dem.ist.utl.pt/lxaser/lxaser2006/downloads/papers/03_1.pdf)
8. <http://www.lavision.de/en/products/flowmaster/index.php>
9. Hærvig J., Jensen A.L., Sørensen H., Pedersen M.C. Extending the existing modelling framework for non-spherical particles to include flat plates in free fall — an experimental and numerical investigation of the unsteady aerodynamics of flat plates / Master's thesis. Aalborg University. 2014. 154 p.  
[http://vbn.aau.dk/en/projects/extending-the-existing-modelling-framework-for-nonspherical-particles-to-include-flat-plates-in-free-fall--an-experimental-and-numerical-investigation-of-the-unsteady-aerodynamics-of-flat-plates\(9a0b97e3-8e53-4f68-9843-5664c0a628d4\).html](http://vbn.aau.dk/en/projects/extending-the-existing-modelling-framework-for-nonspherical-particles-to-include-flat-plates-in-free-fall--an-experimental-and-numerical-investigation-of-the-unsteady-aerodynamics-of-flat-plates(9a0b97e3-8e53-4f68-9843-5664c0a628d4).html)
10. Jin C., Xu K. Numerical study of the unsteady aerodynamics of freely falling plates // Commun. Comput. Phys. 2008. Vol. 3. № 4. P. 834–851.
11. Kolomenskiy D., Schneider K. Numerical simulations of falling leaves using a pseudo-spectral method with volume penalization // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2010. Vol. 24. P. 169–173.
12. Mahadevan L., Pyu W.S., Aravinthan D.T.S. Tumbling cards // Phys. Fluids. 1999. Vol. 11. № 1. P. 1–3.
13. Maxwell J.K. On a particular case of a descent of a heavy body in a resisting medium // Camb. and Dubl. Math. Journ. 1854. Vol. 9. P. 145–148.
14. Raffel M., Willert C.E., Kompenhans J. Particle image velocimetry: a practical guide. Berlin: Springer, 2013. 460 p.
15. Soria J. An investigation of the near wake of a circular cylinder using a video-based digital cross-correlation particle image velocimetry technique // Experimental Thermal and Fluid Science. 1996. Vol. 12. № 2. P. 221–233.
16. Tanabe Y., Kaneko K. Behavior of a falling paper // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73. № 10. P. 1372–1375.
17. Willmarth W.W., Hawk N.E., Harvey R.L. Steady and unsteady motions and wakes of freely falling disks // Phys. Fluids. 1964. Vol. 7. P. 197–208.
18. Zhong H., Chen S., Lee C. Experimental study of freely falling thin disks: Transition from planar zigzag to spiral // Phys. Fluids. 2011. Vol. 23. 011702. 4 p.

Поступила в редакцию 05.11.2015

Ветчанин Евгений Владимирович, к. ф.-м. н., доцент, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, Россия, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7;  
Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.  
E-mail: eugene186@mail.ru

Кленов Анатолий Игоревич, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, Россия, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7.  
E-mail: tolik-klenov@mail.ru

*E. V. Vetchanin, A. I. Klenov*

### Optical measurement of a fluid velocity field around a falling plate

*Keywords:* PIV – Particle Image Velocimetry, Maxwell problem, model of Andersen–Pesavento–Wang.

MSC: 76-05

The paper is devoted to the experimental verification of the Andersen–Pesavento–Wang model describing the falling of a heavy plate through a resisting medium. As a main research method the authors have used video filming of a falling plate with PIV measurement of the velocity of surrounding fluid flows. The trajectories of plates and streamlines were determined and oscillation frequencies were estimated using experimental results. A number of experiments for plates of various densities and sizes were performed. The trajectories of plates made of plastic are qualitatively similar to the trajectories predicted by the Andersen–Pesavento–Wang model. However, measured and computed frequencies of oscillations differ significantly. For a plate made of high carbon steel the results of experiments are quantitatively and qualitatively in disagreement with computational results.

### REFERENCES

1. Zhukovskii N.E. On soaring of birds, *Polnoe sobranie sochinenii. Tom 5: Vikhri. Teoriya kryla. Aviatsiya* (The Complete Works. Volume 5: Vortices, Aerofoil Theory, Aviation), Moscow–Leningrad: Editorial Office of Aviation Literature, 1937, pp. 7–35 (in Russian).
2. Kozlov V.V. On the problem of fall of a rigid body in a resisting medium, *Mosc. Univ. Mech. Bull.*, 1990, vol. 45, no. 1, pp. 30–36.
3. Kuznetsov S.P. Motion of a falling card in a fluid: Finite-dimensional models, complex phenomena, and nonlinear dynamics, *Nelineinaya Dinamika*, 2015, vol. 11, no. 1, pp. 3–49 (in Russian).
4. Andersen A., Pesavento U., Wang Z.J. Analysis of transitions between fluttering, tumbling and steady descent of falling cards, *J. Fluid Mech.*, 2005, vol. 541, pp. 91–104.
5. Andersen A., Pesavento U., Wang Z.J. Unsteady aerodynamics of fluttering and tumbling plates, *J. Fluid Mech.*, 2005, vol. 541, pp. 65–90.
6. Belmonte A., Eisenberg H., Moses E. From flutter to tumble: inertial drag and froude similarity in falling paper, *Phys. Rev. Lett.*, 1998, vol. 81, no. 2, pp. 345–348.
7. Bosbach J., Kühn M., Wagner C., Raffel M., Resagk C., du Puits R., Thess A. Large scale particle image velocimetry of natural and mixed convection, *13th Int. Symp. on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 2006.  
[http://ltces.dem.ist.utl.pt/lxslaser/lxslaser2006/downloads/papers/03\\_1.pdf](http://ltces.dem.ist.utl.pt/lxslaser/lxslaser2006/downloads/papers/03_1.pdf)
8. <http://www.lavision.de/en/products/flowmaster/index.php>
9. Hærvig J., Jensen A.L., Sørensen H., Pedersen M.C. *Extending the existing modelling framework for non-spherical particles to include flat plates in free fall – an experimental and numerical investigation of the unsteady aerodynamics of flat plates*, Master thesis, Aalborg University, 2014, 154 p.  
[http://vbn.aau.dk/en/projects/extending-the-existing-modelling-framework-for-nonspherical-particles-to-include-flat-plates-in-free-fall--an-experimental-and-numerical-investigation-of-the-unsteady-aerodynamics-of-flat-plates\(9a0b97e3-8e53-4f68-9843-5664c0a628d4\).html](http://vbn.aau.dk/en/projects/extending-the-existing-modelling-framework-for-nonspherical-particles-to-include-flat-plates-in-free-fall--an-experimental-and-numerical-investigation-of-the-unsteady-aerodynamics-of-flat-plates(9a0b97e3-8e53-4f68-9843-5664c0a628d4).html)
10. Jin C., Xu K. Numerical study of the unsteady aerodynamics of freely falling plates, *Commun. Comput. Phys.*, 2008, vol. 3, no. 4, pp. 834–851.

11. Kolomenskiy D., Schneider K. Numerical simulations of falling leaves using a pseudo-spectral method with volume penalization, *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 2010, vol. 24, pp. 169–173.
12. Mahadevan L., Pyu W.S., Aravinthan D.T.S. Tumbling cards, *Phys. Fluids.*, 1999, vol. 11, no. 1, pp. 1–3.
13. Maxwell J.K. On a particular case of a descent of a heavy body in a resisting medium, *Camb. and Dubl. Math. Journ.*, 1854, vol. 9, pp. 145–148.
14. Raffel M., Willert C.E., Kompenhans J. *Particle image velocimetry: a practical guide*, Berlin: Springer, 2013, 460 p.
15. Soria J. An investigation of the near wake of a circular cylinder using a video-based digital cross-correlation particle image velocimetry technique, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 1996, vol. 12, no. 2, pp. 221–233.
16. Tanabe Y., Kaneko K. Behavior of a falling paper, *Phys. Rev. Lett.*, 1994, vol. 73, no. 10, pp. 1372–1375.
17. Willmarth W.W., Hawk N.E., Harvey R.L. Steady and unsteady motions and wakes of freely falling disks, *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, pp. 197–208.
18. Zhong H., Chen S., Lee C. Experimental study of freely falling thin disks: Transition from planar zigzag to spiral, *Phys. Fluids*, 2011, vol. 23, 011702, 4 p.

Received 05.11.2015

Vetchanin Evgenii Vladimirovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, ul. Studencheskaya, 7, Izhevsk, 426069, Russia;  
Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia;  
E-mail: eugene186@mail.ru

Klenov Anatolii Igorevich, post-graduate student, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, ul. Studencheskaya, 7, Izhevsk, 426069, Russia.  
E-mail: tolik-klenov@mail.ru