

УДК 531.31, 517.912

© *А. В. Клековкин***МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ БЕЗВИНТОВОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА С НЕИЗМЕНЯЕМОЙ ФОРМОЙ ОБОЛОЧКИ УПРАВЛЯЕМОГО С ПОМОЩЬЮ ВРАЩЕНИЯ ВНУТРЕННЕГО РОТОРА**

В работе рассматривается безвинтовой робот, перемещающийся по поверхности жидкости за счет вращения внутреннего ротора. Корпус робота в сечении имеет форму симметричного крылового профиля NASA 0040. Записаны уравнения движения в виде классических уравнений Кирхгофа, дополненных слагаемыми, описывающими вязкое сопротивление. На основе анализа полученной модели предложен закон управления. Проведены исследования влияния различных параметров модели на траекторию движения робота.

*Ключевые слова:* мобильный робот, безвинтовой робот, плавающий робот, моделирование движения, уравнения Кирхгофа.

DOI: [10.35634/vm200408](https://doi.org/10.35634/vm200408)

В настоящее время активно развиваются принципы передвижения в жидкости, не связанные с использованием гребных винтов. Прежде всего эти принципы основаны на копировании поведения живых существ, так называемые бионические принципы движения [1–4]. Но кроме бионических типов движителей развиваются способы, не представленные в живой природе — передвижение за счет внутренних механизмов [5–9]. Для данного типа движителя характерно отсутствие подвижных элементов, которые непосредственно взаимодействуют с жидкостью, что позволяет выполнить корпус робота полностью герметичным и упрощает его конструкцию. Данный факт позволяет создавать роботов, которые могут выполнять различные задачи в агрессивных средах на больших глубинах с высоким давлением, так же безвинтовой способ перемещения имеет преимущество в задачах, где требуется перемещение в зонах с высокой плотностью растительности.

Для безвинтовых роботов, которые перемещаются в жидкости за счет движения внутренних масс, определение управляющих воздействий для следования вдоль некоторой траектории является сложной задачей. В работах [10, 11] представлены модели движения подобных систем, основанные на теории идеальной жидкости, модели учитывающие вязкое сопротивление и возникновение вихревых структур описаны в [12], в [8] результаты теоретического моделирования подтверждены экспериментальными исследованиями. Для полного описания движения в работе [13] используется совместное решение системы уравнений Навье–Стокса с уравнениями динамики твердого тела, что является ресурсоемкой задачей, которая не может быть решена в реальном времени.

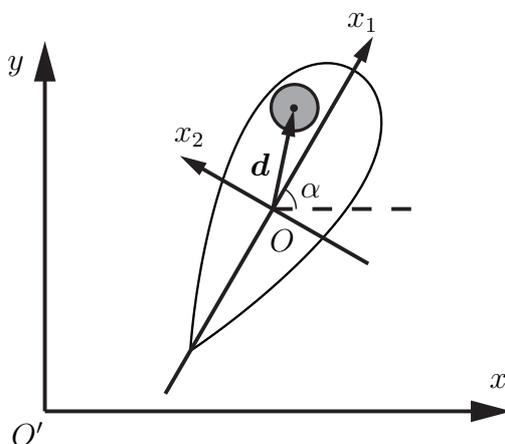
В данной работе рассматривается упрощенная конечномерная модель движения робота, имеющего оболочку в форме симметричного профиля крыла классификации NASA 0040, учитывающая вязкое сопротивление жидкости. Движение робота осуществляется за счет вращения одного ротора, расположенного внутри оболочки. Следует отметить, что ротор является симметричными, и при его вращении не происходит смещения центра масс.

Для полученных уравнений движения проведены численные исследования, которые позволяют определить форму управляющего воздействия, величины его параметров, оценить влияние расположения ротора относительно корпуса, момента инерции ротора на характер и скорость движения робота. Полученные результаты в дальнейшем будут использованы

для разработки конструкции прототипа безвинтового мобильного робота с неизменяемой формой оболочки и управляемого с помощью вращения внутреннего ротора.

## § 1. Математическая модель

Рассмотрим плоскопараллельное движение в жидкости тела, оболочка которого в сечении представляет из себя симметричный профиль крыла НАСА 0040 (см. рисунок 1). Введем две системы координат: неподвижную (инерциальную)  $O'xy$  и подвижную  $Ox_1x_2$ , жестко связанную с телом, начало координат которой совпадает с центром масс оболочки и лежит на оси симметрии оболочки, а ось  $Ox_1$  направлена по оси симметрии к лобовой части. Внутри оболочки расположен осесимметричный ротор, положение центра масс которого относительно подвижных осей будем задавать радиус-вектором  $\mathbf{d} = (d_1, d_2)^T$ . Координаты точки  $O$  обозначим  $x$  и  $y$ , а угол поворота осей  $x_1, x_2$  относительно неподвижной системы координат обозначим  $\alpha$ .



**Рис. 1.** Схема безвинтового мобильного робота с неизменяемой формой оболочки, управляемого с помощью вращения внутреннего ротора

Пусть  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$  — скорость начала подвижной системы координат  $O$ , спроецированная на подвижные оси, а  $\omega$  — угловая скорость платформы, тогда для данного тела справедливы следующие кинематические соотношения:

$$\dot{x} = v_1 \cos \alpha - v_2 \sin \alpha, \quad \dot{y} = v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \alpha, \quad \dot{\alpha} = \omega. \quad (1.1)$$

Движение рассматриваемой системы может быть описано уравнениями Кирхгофа, дополненных слагаемыми, описывающими вязкое сопротивление [14]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial v_1} &= \omega \frac{\partial T}{\partial v_2} - c_1 v_1 |v_1|, & \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial v_2} &= -\omega \frac{\partial T}{\partial v_1} - c_2 v_2 |v_2|, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \omega} &= v_2 \frac{\partial T}{\partial v_1} - v_1 \frac{\partial T}{\partial v_2} - c_3 \omega |\omega|, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $T$  — кинетическая энергия системы,  $c_1, c_2, c_3$  — коэффициенты вязкого сопротивления.

Для данной системы кинетическая энергия состоит из трех компонент:

$$T = T_f + T_b + T_r, \quad (1.3)$$

где  $T_f$  — кинетическая энергия жидкости,  $T_b$  — кинетическая энергия оболочки,  $T_r$  — кинетическая энергия ротора.

Кинетическая энергия оболочки имеет вид:

$$T_b = \frac{1}{2}m_b(v_1^2 + v_2^2) + \frac{1}{2}I_b\omega^2,$$

где  $m_b$  — масса оболочки (без ротора),  $I_b$  — центральный момент инерции оболочки относительно оси, перпендикулярной плоскости движения и проходящей через точку  $O$ .

Кинетическая энергия ротора имеет вид:

$$T_r = \frac{1}{2}m_r((v_1 - d_2\omega)^2 + (v_2 + d_1\omega)^2) + \frac{1}{2}I_r(\omega + \Omega)^2,$$

где  $m_r$  — масса ротора,  $I_r$  — центральный момент инерции ротора относительно оси симметрии ротора,  $\Omega$  — угловая скорость ротора.

Кинетическая энергия жидкости для плоскопараллельного движения в общем виде определяется выражением [15]

$$T_f = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \lambda_{ik} u_i u_k, \quad (1.4)$$

где  $\lambda_{ik}$  — коэффициенты присоединенных масс тела,  $u_1 = v_1$ ,  $u_2 = v_2$  — компоненты линейной скорости объекта,  $u_3 = \omega$  — угловая скорость объекта. При движении тела в реальной несжимаемой жидкости гидродинамические силы и моменты сил можно разделить на силы и моменты инерционной природы, которые вычисляются в предположении, что жидкость идеальна (лишена вязкости), и силы и моменты, обусловленные наличием вязкости. Инерционные силы и моменты выражаются через присоединенные массы тела. Присоединенные массы описывают силы и моменты инерционной природы не только при ускоренном движении тела, но и при его установившемся перемещении. Выражение (1.4) содержит 9 слагаемых, но так как  $\lambda_{ik} = \lambda_{ki}$ , из 9 величин  $\lambda_{ik}$  ( $i, k = 1, 2, 3$ ) независимыми будут только 6, а при наличии у тела двух плоскостей симметрии ( $Oxz$  и  $Oxy$ ) коэффициенты присоединенных масс  $\lambda_{12} = \lambda_{13} = 0$ . Следовательно, окончательное выражение кинетической энергии жидкости для рассматриваемого объекта при плоскопараллельном движении имеет вид

$$T_f = \frac{1}{2}(\lambda_{11}v_1^2 + \lambda_{22}v_2^2 + \lambda_{33}\omega^2 + 2\lambda_{23}v_2\omega).$$

Используя выражение (1.3), запишем кинетическую энергию всей системы

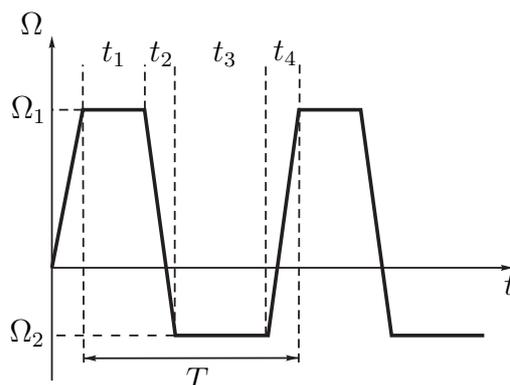
$$T = \frac{1}{2}(m + \lambda_{11})v_1^2 + \frac{1}{2}(m + \lambda_{22})v_2^2 + \frac{1}{2}(I + \lambda_{33})\omega^2 + (\lambda_{23} + d_1m_r)v_2\omega - m_r d_2 v_1 \omega + I_r \Omega \omega + \frac{1}{2}I_r \Omega^2, \quad (1.5)$$

где  $m = m_b + m_r$  — полная масса системы,  $I = I_b + I_r + m_r(d_1^2 + d_2^2)$  — полный момент инерции относительно вертикальной оси, проходящей через точку  $O$ .

Подставив кинетическую энергию (1.5) в уравнения Кирхгоффа (1.2) и дополнив их кинематическими соотношениями (1.1), получим полную систему уравнений движения

$$\begin{aligned} (m + \lambda_{11})\dot{v}_1 - d_2 m_r \dot{\omega} &= (m + \lambda_{22})v_2\omega + (\lambda_{23} + d_1 m_r)\omega^2 - c_1 v_1 |v_1|, \\ (m + \lambda_{22})\dot{v}_2 + (\lambda_{23} + d_1 m_r)\dot{\omega} &= -(m + \lambda_{11})v_1\omega + d_2 m_r \omega^2 - c_2 v_2 |v_2|, \\ \lambda_{23}\dot{v}_2 + (I + \lambda_{33})\dot{\omega} + m_r(d_1\dot{v}_2 - d_2\dot{v}_1) &= (\lambda_{11} - \lambda_{22})v_1 v_2 - \lambda_{23}v_1\omega - m_r\omega(d_1 v_1 + d_2 v_2) - \\ &\quad - c_3 \omega |\omega| - I_r \dot{\Omega}, \\ \dot{x} = v_1 \cos \alpha - v_2 \sin \alpha, \quad \dot{y} = v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \alpha, \quad \dot{\alpha} = \omega, \end{aligned} \quad (1.6)$$

Из полученных уравнений следует, что движение робота возникает при ускоренном вращении ротора, поэтому в качестве функции управления будем использовать зависимость угловой скорости ротора  $\Omega(t)$ . Поскольку скорость вращения ротора ограничена его приводом, будем рассматривать закон управления в виде периодических разгонов и торможений с периодом  $T$  (см. рисунок 2). Функция управления в общем случае имеет на периоде 4 участка: участки, задаваемые временем  $t_1$  и  $t_3$ , определяют моменты вращения ротора с постоянной угловой скоростью  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  соответственно, а участки с временем  $t_2$  и  $t_4$  — моменты вращения ротора с угловым ускорением. В данной работе ограничимся рассмотрением только кусочно-линейной зависимости  $\Omega(t)$ .



**Рис. 2.** График зависимости угловой скорости вращения ротора от времени в общем виде

Аналитически данную функцию можно представить в виде:

$$\Omega(t) = \begin{cases} \Omega_1, & t \in [nT, nT + t_1), \\ \Omega_{acc1}(t), & t \in [nT + t_1, nT + t_1 + t_2), \\ \Omega_2, & t \in [nT + t_1 + t_2, nT + t_1 + t_2 + t_3), \\ \Omega_{acc2}(t), & t \in [nT + t_1 + t_2 + t_3, nT + t_1 + t_2 + t_3 + t_4), \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\Omega_{acc1}(t) = \frac{(\Omega_2 - \Omega_1)(t - nT)}{t_2} - \frac{(\Omega_2 - \Omega_1)(t_1 + t_2)}{t_2} + \Omega_2,$$

$$\Omega_{acc2}(t) = \frac{(\Omega_1 - \Omega_2)(t - nT)}{t_4} - \frac{(\Omega_1 - \Omega_2)(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)}{t_4} + \Omega_1,$$

где  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Амплитуда, период, соотношение интервалов торможения и разгона, сдвиг и смещение управляющего воздействия будут влиять на характер и вид траектории движения. Однако установить данные зависимости из анализа уравнений (1.6) не представляется возможным, поэтому далее проведем численное исследование математической модели (1.6) и оценим влияние на траекторию движения робота параметров управления, а также влияние массо-геометрических характеристик, таких как момент инерции ротора, смещение оси вращения ротора относительно центра масс системы, которые в дальнейшем могут быть использованы для проектирования конструкции робота.

## § 2. Исследование уравнений движения

Численное моделирование уравнений (1.6) будем проводить для прототипа безвинтового робота с неизменяемой оболочкой и внутренним ротором, описанного в работе [16]. В сечении корпус робота имеет форму крылового профиля НАСА 0040 и обладает следующими

массо-геометрическими характеристиками: длина — 340 мм, ширина — 134 мм, высота — 80 мм, масса корпуса  $m_b = 0.6$  кг, масса ротора  $m_r = 0.3$  кг, момент инерции корпуса  $I_b = 0.0039$  кг·м<sup>2</sup>, момент инерции ротора  $I_r = 0.0005$  кг·м<sup>2</sup>.

Форма оболочки, глубина погружения и плотность жидкости определяют значения коэффициентов присоединенных масс, присоединенных моментов инерции  $\lambda_{11}$ ,  $\lambda_{22}$ ,  $\lambda_{33}$ ,  $\lambda_{23}$  и коэффициентов вязкого сопротивления  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ . Существуют разные подходы по определению значений данных коэффициентов: теоретические методы расчета, основанные на решениях уравнений Лапласа при заданных условиях на границе тела и в невозмущенной области жидкости [15]; методы, использующие численное моделирование движения с помощью уравнений Навье-Стокса и дальнейшую аппроксимацию коэффициентов, используя уравнения динамики [17]; методы расчета, использующие экспериментальные данные [18].

В данной работе коэффициенты присоединенных масс, коэффициенты присоединенных моментов инерции и коэффициенты вязкого сопротивления определялись по методике предложенной в работе [17] с учетом экспериментов, описанных в [16], и принимались следующими:

$$\begin{aligned} \lambda_{11} &= 0.451, & \lambda_{22} &= 2.959, & \lambda_{33} &= 0.013, & \lambda_{23} &= 0.117, \\ c_1 &= 1.808, & c_2 &= 323.120, & c_3 &= 0.028. \end{aligned}$$

Ввиду сложности модели и большого количества параметров, влияющих на динамику движения, рассмотрим влияние параметров управления и массо-геометрических параметров на траекторию движения по отдельности.

### **Влияние параметров управляющего воздействия на траекторию движения робота.**

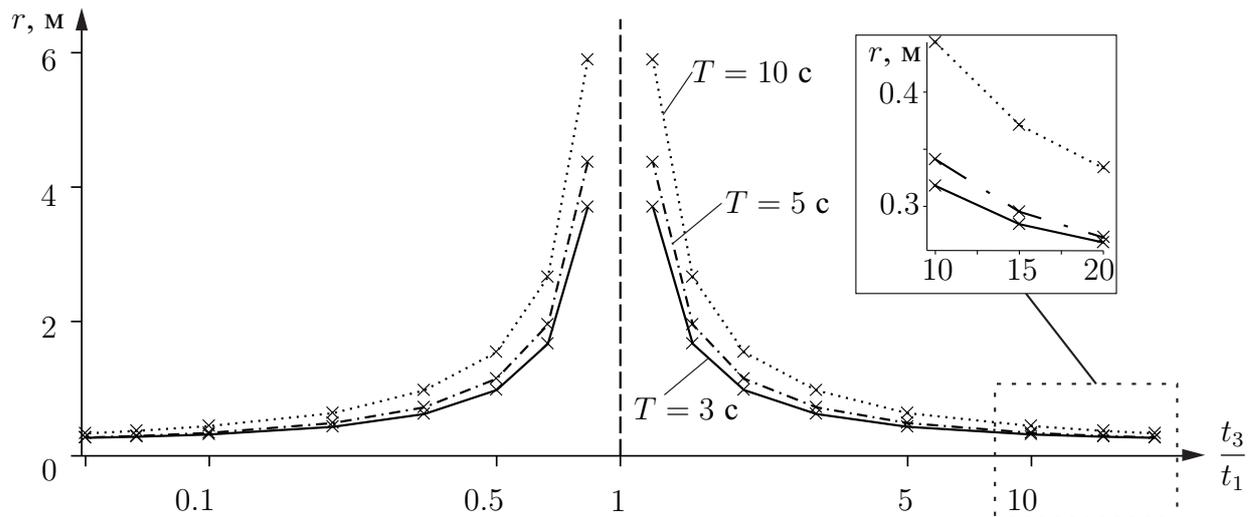
Рассмотрим результаты моделирования полученной системы уравнений (1.6) для кусочно-линейной функции управления  $\Omega(t)$ , заданной в виде (1.7) при различных соотношениях интервалов вращения ротора с ускорением и интервалов вращения с постоянной угловой скоростью.

Для численных экспериментов по оценке влияния параметров, определяющих изменение угловой скорости ротора, на траекторию движения робота полагаем, что ось вращения ротора находится в точке начала подвижной системы координат  $O$ , то есть  $d_1 = d_2 = 0$ . Для удобства сравнения результатов моделирования для различных параметров, траекторию движения будем оценивать по ее форме, а именно по радиусу кривизны траектории.

Так как в уравнения движения (1.6) входит угловое ускорение ротора, изменение значений  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  в выбранной функции управления влияет только на амплитуду значений углового ускорения ротора, при этом численные эксперименты показали, что форма траектории остается неизменной. При увеличении значения амплитуды угловой скорости  $\Omega_1 - \Omega_2$ , увеличивается скорость движения робота, но реальные двигатели имеют ограничение максимальной скорости вращения, поэтому для всех экспериментов зададим значения угловой скорости ротора следующими:  $\Omega_1 = 10$  рад/с,  $\Omega_2 = -10$  рад/с.

На рисунке 3 представлены зависимости радиуса кривизны траектории от соотношения интервалов  $t_3/t_1$ , на которых ротор вращается с постоянной скоростью, с периодами управления  $T = 3, 5, 10$  с, при этом  $t_2 = t_4 = 0.5$  с. Кривизна траектории определялась радиусом окружности  $r$ , наиболее точно совпадающей с полученной траекторией движения робота. Параметры окружности рассчитывались по методу наименьших квадратов по аналогии с работами [19, 20].

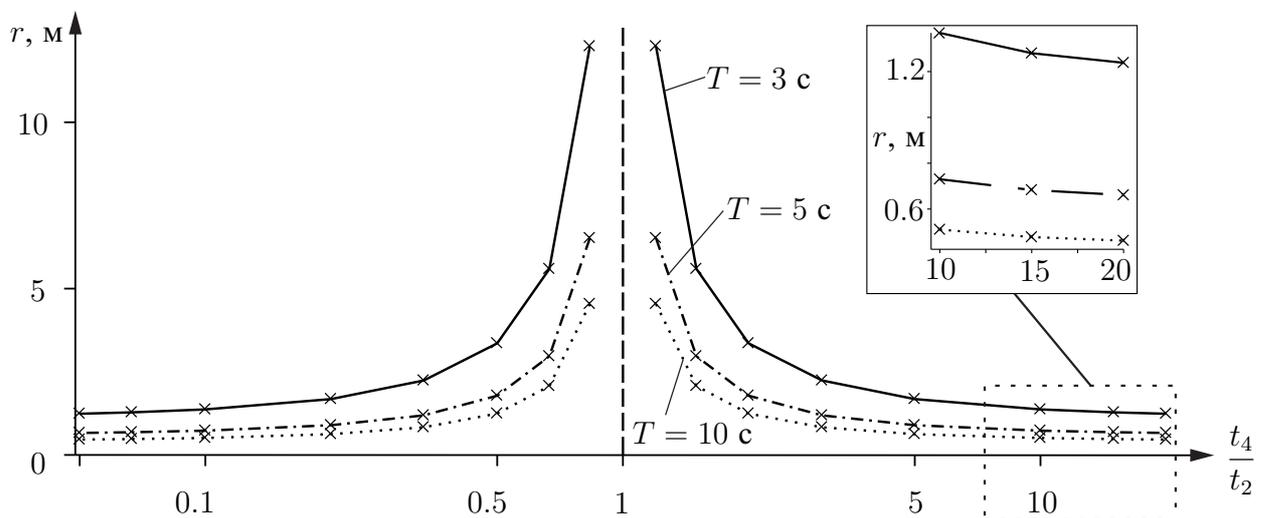
На рисунке 3 видно, что если форма профиля угловой скорости становится симметричной на периоде ( $t_3/t_1 \rightarrow 1$ ), то радиус кривизны траектории движения стремится к бесконечности, что соответствует движению вдоль прямой. При  $t_3/t_1 > 1$  робот движется вдоль окружности в направлении против часовой стрелки, а при  $t_3/t_1 < 1$  — по часовой стрелке.



**Рис. 3.** Зависимость радиуса окружности  $r$ , вдоль которой движется робот, от отношения  $t_3/t_1$  при значениях периода  $T = 3$  с (сплошная линия),  $T = 5$  с (штрих-пунктирная линия),  $T = 10$  с (пунктирная линия),  $t_2 = t_4 = 0.5$  с.

При уменьшении периода  $T$  можно добиться меньшего радиуса кривизны траектории, что можно использовать для поворотов в ограниченном пространстве.

На рисунке 4 представлены зависимости радиуса кривизны траектории от соотношения интервалов вращения ротора с ускорением  $t_4/t_2$  для периодов  $T = 3, 5, 10$  с, при этом  $t_1 = t_3 = 1$  с.



**Рис. 4.** Зависимость радиуса окружности  $r$ , вдоль которой движется робот, от отношения  $t_4/t_2$  при значениях периода  $T = 3$  с (сплошная линия),  $T = 5$  с (штрих-пунктирная линия),  $T = 10$  с (пунктирная линия),  $t_1 = t_3 = 1$  с.

Аналогично предыдущему эксперименту, при  $t_4/t_2 \rightarrow 1$ , радиус кривизны траектории движения стремится к бесконечности. При  $t_4/t_2 > 1$  робот движется по окружности в направлении по часовой стрелке, а при  $t_4/t_2 < 1$  — против часовой стрелки. Меньший радиус

окружности траектории, вдоль которой движется робот при управляющем соотношении  $t_4/t_2$ , достигается для больших значений периода управляющего воздействия  $T$ .

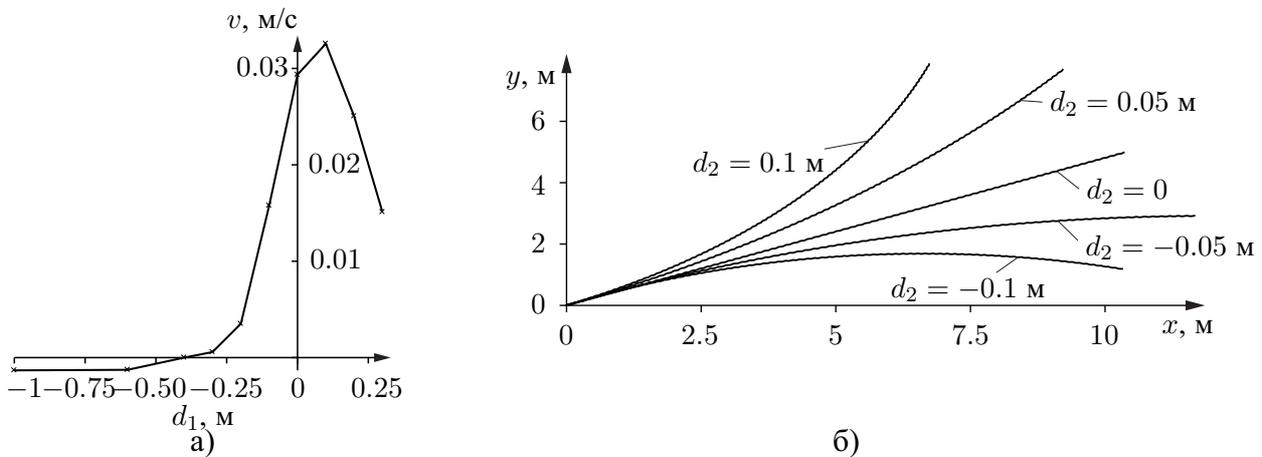
Проведенные эксперименты показывают, что при симметричном на периоде управлении, то есть  $t_1 = t_3$  и  $t_2 = t_4$ , робот движется вдоль прямой. Изменение данных соотношений приводит к отклонению траекторий, и при постоянных соотношениях  $t_3/t_1 = \text{const}$ ,  $t_4/t_2 = \text{const}$  робот движется вдоль траектории, описываемой окружностью. При увеличении отношений  $t_3/t_1$  и  $t_4/t_2$  радиус траектории движения уменьшается для любого периода  $T$  управляющего воздействия (1.7).

**Влияние массо-геометрических параметров системы на траекторию движения.**

В качестве массо-геометрических параметров, влияющих на характер и скорость движения в виде конструктивных особенностей безвинтового робота, рассмотрим смещение оси вращения ротора относительно центра масс корпуса и различные соотношения моментов инерции ротора и корпуса робота.

При проведении моделирования для исключения взаимного влияния массо-геометрических параметров и параметров управления, все эксперименты проводились для симметричного управляющего воздействия, для которого  $\Omega_1 = 10$  рад/с,  $\Omega_2 = -10$  рад/с,  $t_1 = t_3 = 2$  с,  $t_2 = t_4 = 0.5$  с.

При смещении оси вращения ротора только вдоль оси симметрии корпуса  $Ox_1$ , то есть  $d_1 \neq 0$ ,  $d_2 = 0$ , робот перемещается вдоль прямой, вне зависимости от значения  $d_1$ . Однако, изменяется скорость его движения. Зависимость скорости движения робота от значения смещения  $d_1$  представлена на рисунке 5, а. Скорость движения определялась как скользящее среднее в момент времени 100 с после начала движения.



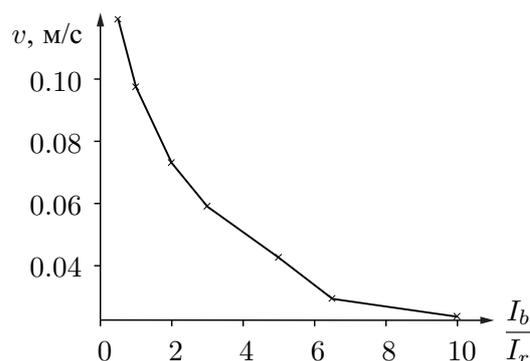
**Рис. 5.** а) Зависимость скорости движения робота от смещения ротора  $d_1$ ; б) Траектории движения робота при  $d_2 = -0.1; -0.05; 0; 0.05; 0.1$  м.

Из представленного графика видно, что максимальная скорость движения достигается при смещении ротора относительно начала подвижной системы координат на 0.1 м по оси  $Ox_1$ . При увеличении смещения эффективность движения падает. При смещении ротора в сторону хвостовой части, скорость движения падает, а при  $d_1 \approx -0.4$  м, скорость движения робота равна 0. При дальнейшем смещении робот начинает движение в обратном направлении. Данное движение требует проведения отдельных исследований, так как требуется проведение пересчета коэффициентов вязкого сопротивления и присоединенных масс. Однако, в дальнейшем данное явление может быть использовано для более быстрой остановки и смены направления движения робота.

На рисунке 5, б) приведены примеры траектории движения робота со смещением оси вращения ротора в поперечном направлении, то есть  $d_1 = 0$ ,  $d_2 \neq 0$ , для времени моде-

лирования 400 с. Смещение оси вращения ротора вдоль оси  $Ox_2$  приводит к отклонению траектории движения робота от прямой. При этом средняя скорость движения при заданных параметрах управления не меняется. В реальных условиях в виду конструктивных особенностей величина  $d_2$  не может быть большой. Однако, следует учитывать, что возможные погрешности изготовления, которые приводят к отклонению  $d_2$  от идеального значения ( $d_2 = 0$ ) отразятся на траектории движения робота.

Соотношение моментов инерции оболочки и ротора также влияет на скорость продвижения робота, при этом форма траектории не изменяется. Зависимость скорости движения робота от отношения  $I_b/I_r$  представлена на рисунке 6. При проведении данных экспериментов массы и моменты инерции ротора и корпуса определялись согласовано для обеспечения смещения  $d = 0$ .



**Рис. 6.** График зависимости скорости движения робота от отношения  $I_b/I_r$

Полученный график показывает, что при линейном увеличении отношения момента инерции корпуса к моменту инерции ротора скорость движения робота убывает экспоненциально в рассмотренном диапазоне. Таким образом, для достижения наиболее эффективного движения, необходимо стремиться использовать ротор с максимальным моментом инерции.

### § 3. Заключение

В результате проделанной работы разработана математическая модель движения в жидкости для безвинтового мобильного робота с неизменяемой формой оболочки и управляемого с помощью вращения внутреннего ротора, которая учитывает положение ротора относительно оболочки и смещение центра масс системы «оболочка+ротор». Предложена форма управляющего воздействия, которое задается в виде кусочно-линейной периодической функции угловой скорости ротора. Проведены численные эксперименты для различных массо-геометрических параметров робота и для различных параметров управляющего воздействия. В результате моделирования получены следующие результаты:

1. Получена зависимость радиуса кривизны траектории от отношений участков  $t_3/t_1$  и  $t_4/t_2$ , которые задают интервалы вращения ротора с постоянной угловой скоростью и интервалы ускоренного вращения ротора соответственно. Используя полученные результаты, можно формировать управляющие воздействия для движения по сложным криволинейным траекториям.
2. Показано, что смещение оси вращения ротора относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс оболочки, влияет на скорость продвижения робота (смещение вдоль оси симметрии оболочки) и на форму траектории (смещение поперек оси

симметрии оболочки). Увеличение момента инерции ротора приводит к увеличению скорости движения робота. Механизм смещения оси вращения ротора в дальнейшем можно использовать на реальном прототипе робота, для изменения скорости и направления движения робота.

Полученные результаты планируется использовать при создании реального прототипа робота для достижения наиболее эффективного движения и формирования управляющих сигналов.

Автор выражает благодарность Ю. Л. Караваеву и И. С. Мамаеву за плодотворное обсуждение полученных результатов.

**Финансирование.** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 18-08-00995-а.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Triantafyllou M.S., Triantafyllou G.S., Yue D.K.P. Hydrodynamics of fishlike swimming // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2000. Vol. 32. No. 1. P. 33–53.  
<https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.32.1.33>
2. Chu W.S., Lee K.T., Song S.H., Han M.W., Lee J.Y., Kim H.S., Kim M.S., Park Y.J., Cho K.J., Ahn S.H. Review of biomimetic underwater robots using smart actuators // *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*. 2012. Vol. 13. No. 7. P. 1281–1292.  
<https://doi.org/10.1007/s12541-012-0171-7>
3. Лушников Б.В., Яцун С.Ф., Политов Е.Н., Тарасова Е.С. Компьютерное моделирование динамики бионического плавающего робота // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2010. Т. 12. № 3–4. С. 562–567.  
<https://elibrary.ru/item.asp?id=16514052>
4. Wang J., Tan X. A dynamic model for tail-actuated robotic fish with drag coefficient adaptation // *Mechatronics*. 2013. Vol. 23. No. 6. P. 659–668.  
<https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2013.07.005>
5. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н. Мобильные роботы, управляемые движением внутренних тел // *Труды Института математики и механики УрО РАН*. 2010. Т. 16. № 5. С. 213–222.  
<http://mi.mathnet.ru/timm624>
6. Волкова Л.Ю., Яцун С.Ф. Управление движением трехмассового робота, перемещающегося в жидкой среде // *Нелинейная динамика*. 2011. Т. 7. № 4. С. 845–857.  
<http://mi.mathnet.ru/nd296>
7. Pollard B., Tallapragada P. An aquatic robot propelled by an internal rotor // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2016. Vol. 22. No. 2. P. 931–939.  
<https://doi.org/10.1109/TMECH.2016.2630998>
8. Klenov A.I., Kilin A.A. Influence of vortex structures on the controlled motion of an above-water screwless robot // *Regular and Chaotic Dynamics*. 2016. Vol. 21. No. 7–8. P. 927–938.  
<https://doi.org/10.1134/S1560354716070145>
9. Karavaev Yu.L., Kilin A.A., Klekovkin A.V. Experimental investigations of the controlled motion of a screwless underwater robot // *Regular and Chaotic Dynamics*. 2016. Vol. 21. No. 7–8. P. 918–926.  
<https://doi.org/10.1134/S1560354716070133>
10. Козлов В.В., Рамоданов С.М. О движении изменяемого тела в идеальной жидкости // *ПММ*. 2001. № 4. С. 592–601.
11. Козлов В.В., Онищенко Д.А. О движении в идеальной жидкости тела, содержащего внутри себя подвижную сосредоточенную массу // *ПММ*. 2003. Т. 67. № 4. С. 620–633.
12. Ветчанин Е.В., Килин А.А. Свободное и управляемое движение в жидкости тела с подвижной внутренней массой при наличии циркуляции вокруг тела // *ДАН*. 2016. Т. 466. № 3. С. 293–297.  
<https://doi.org/10.7868/S0869565216030129>

13. Mamaev I.S., Tenenev V.A., Vetchanin E.V. Dynamics of a body with a sharp edge in a viscous fluid // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2018. Vol. 14. No. 4. P. 473–494. <https://doi.org/10.20537/nd180404>
14. Борисов А.В., Мамаев И.С. Динамика твердого тела. Гамильтоновы методы, интегрируемость, хаос. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.
15. Короткин А.И. Присоединенные массы судостроительных конструкций. С-Пб.: Мор. Вест., 2007.
16. Klekovkin A.V., Karavaev Yu.L., Kilin A.A., Mamaev I.S. Control screwless fish-like robot with internal rotor // Extreme Robotics. 2019. Vol. 1. No. 1. P. 220–225. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41295628>
17. Борисов А.В., Кузнецов С.П., Мамаев И.С., Тененев В. А. Описание движения тела эллиптического сечения в вязкой несжимаемой жидкости с помощью модельных уравнений, реконструированных на основе обработки данных // Письма в журнал технической физики. 2016. Т. 42. № 17. С. 9–19. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27368304>
18. Кленов А.И., Ветчанин Е.В., Килин А.А. Экспериментальное определение присоединенных масс тела методом буксировки // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2015. Т. 25. № 4. С. 568–582. <https://doi.org/10.20537/vm150413>
19. Ardentov A.A., Karavaev Yu.L., Yefremov K.S. Euler elasticas for optimal control of the motion of mobile wheeled robots: the problem of experimental realization // Regular and Chaotic Dynamics. 2019. Vol. 24. No. 3. P. 312–328. <https://doi.org/10.1134/S1560354719030055>
20. Kilin A.A., Karavaev Yu.L. The kinematic control model for a spherical robot with an unbalanced internal omniwheel platform // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2014. Vol. 10. No. 4. P. 497–511. <https://doi.org/10.20537/nd1404009>

Поступила в редакцию 27.09.2020

Клековкин Антон Владимирович, младший научный сотрудник, кафедры «Мехатронные системы», Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, Россия, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7;

Центр технологий компонентов робототехники и мехатроники, Университет Иннополис, 420500, Россия, Иннополис.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8483-1332>

E-mail: [klanvlad@mail.ru](mailto:klanvlad@mail.ru)

**Цитирование:** А. В. Клековкин. Моделирование движения безвинтового мобильного робота с неизменяемой формой оболочки управляемого с помощью вращения внутреннего ротора // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2020. Т. 30. Вып. 4. С. 645–656.

**A. V. Klekovkin**

**Simulation of the motion of a propellerless mobile robot controlled by rotation of the internal rotor**

*Keywords:* mobile robot, propellerless robot, aquatic robot, motion simulation, Kirchhoff equations.

MSC2010: 70E15, 37J60, 76Dxx

DOI: [10.35634/vm200408](https://doi.org/10.35634/vm200408)

We consider a propellerless robot that moves on the surface of a fluid by rotating of the internal rotor. The robot shell has a symmetric shape of NACA 0040 airfoil. The equations of motion are written in the form of classical Kirchhoff equations with terms describing the viscous friction. The control action based on the derived model is proposed. The influences of various model parameters on the robot's trajectory have been studied.

**Funding.** The study was funded by RFBR, project number 18-08-00995-a.

#### REFERENCES

1. Triantafyllou M.S., Triantafyllou G.S., Yue D.K.P. Hydrodynamics of fishlike swimming, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2000, vol. 32, no. 1, pp. 33–53.  
<https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.32.1.33>
2. Chu W.S., Lee K.T., Song S.H., Han M.W., Lee J.Y., Kim H.S., Kim M.S., Park Y.J., Cho K.J., Ahn S.H. Review of biomimetic underwater robots using smart actuators, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2012, vol. 13, no. 7, pp. 1281–1292.  
<https://doi.org/10.1007/s12541-012-0171-7>
3. Lushnikov B.V., Yatsun S.F., Politov E.N., Tarasova E.S. Computer simulation of bionic floating robot dynamics, *Izvestiya Samarskogo Nauchnogo Tsentra Rossiiskoi Akademii Nauk*, 2010, vol. 12, no. 3–4, pp. 562–567 (in Russian). <https://elibrary.ru/item.asp?id=16514052>
4. Wang J., Tan X. A dynamic model for tail-actuated robotic fish with drag coefficient adaptation, *Mechatronics*, 2013, vol. 23, no. 6, pp. 659–668.  
<https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2013.07.005>
5. Chernousko F.L., Bolotnik N.N. Mobile robots controlled by the motion of internal bodies, *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN*, 2010, vol. 16, no. 5, pp. 213–222 (in Russian).  
<http://mi.mathnet.ru/eng/timm624>
6. Volkova L.Yu., Yatsun S.F. Control of the three-mass robot moving in the liquid environment, *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2011, vol. 7, no. 4, pp. 845–857. <https://doi.org/10.20537/nd1104008>
7. Pollard B., Tallapragada P. An aquatic robot propelled by an internal rotor, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, vol. 22, no. 2, pp. 931–939.  
<https://doi.org/10.1109/TMECH.2016.2630998>
8. Klenov A.I., Kilin A.A. Influence of vortex structures on the controlled motion of an above-water screwless robot, *Regular and Chaotic Dynamics*, 2016, vol. 21, no. 7–8, pp. 927–938.  
<https://doi.org/10.1134/S1560354716070145>
9. Karavaev Yu.L., Kilin A.A., Klekovkin A.V. Experimental investigations of the controlled motion of a screwless underwater robot, *Regular and Chaotic Dynamics*, 2016, vol. 21, no. 7–8, pp. 918–926.  
<https://doi.org/10.1134/S1560354716070133>
10. Kozlov V.V., Ramodanov S.M. The motion of a variable body in an ideal fluid, *J. Appl. Math. Mech.*, 2001, vol. 65, no. 4, pp. 579–587.  
[https://doi.org/10.1016/S0021-8928\(01\)00063-6](https://doi.org/10.1016/S0021-8928(01)00063-6)
11. Kozlov V.V., Onishchenko D.A. The motion in a perfect fluid of a body containing a moving point mass, *J. Appl. Math. Mech.*, 2003, vol. 67, no. 4, pp. 553–564.  
[https://doi.org/10.1016/S0021-8928\(03\)90058-X](https://doi.org/10.1016/S0021-8928(03)90058-X)

12. Vetchanin E.V., Kilin A.A. Free and controlled motion of a body with a moving internal mass through a fluid in the presence of circulation around the body, *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 1, pp. 32–36. <https://doi.org/10.1134/S1028335816010110>
13. Mamaev I.S., Tenenev V.A., Vetchanin E.V. Dynamics of a body with a sharp edge in a viscous fluid, *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 14, no. 4, pp. 473–494. <https://doi.org/10.20537/nd180404>
14. Borisov A.V., Mamaev I.S. *Rigid body dynamics: Hamiltonian methods, integrability, chaos*, Moscow–Izhevsk: Institute of Computer Science, 2005.
15. Korotkin A.I. *Added masses of ship structures*, Dordrecht: Springer, 2009.
16. Klekovkin A.V., Karavaev Yu.L., Kilin A.A., Mamaev I.S. Control screwless fish-like robot with internal rotor, *Extreme Robotics*, 2019, vol. 1, no. 1, pp. 220–225. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41295628>
17. Borisov A.V., Kuznetsov S.P., Mamaev I.S., Tenenev V.A. Describing the motion of a body with an elliptical cross section in a viscous incompressible fluid by model equations reconstructed from data processing, *Tech. Phys. Lett.*, 2016, vol. 42, no. 9, pp 886–890. <https://doi.org/10.1134/S1063785016090042>
18. Klenov A.I., Vetchanin E.V., Kilin A.A. Experimental determination of the added masses by method of towing, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2015, vol. 25, issue 4, pp. 568–582 (in Russian). <https://doi.org/10.20537/vm150413>
19. Ardentov A.A., Karavaev Yu.L., Yefremov K.S. Euler elasticas for optimal control of the motion of mobile wheeled robots: the problem of experimental realization, *Regular and Chaotic Dynamics*, 2019, vol. 24, no. 3, pp. 312–328. <https://doi.org/10.1134/S1560354719030055>
20. Kilin A.A., Karavaev Yu.L. The kinematic control model for a spherical robot with an unbalanced internal omniwheel platform, *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2014, vol. 10, no. 4, pp. 497–511. <https://doi.org/10.20537/nd1404009>

Received 27.09.2020

Klekovkin Anton Vladimirovich, Junior Researcher, Department of Mechatronic Systems, Kalashikov Izhevsk Technical State University, ul. Studencheskaya, 7, Izhevsk, 426069, Russia;  
Center for Technologies in Robotics and Mechatronics Components, Innopolis University, Innopolis, 420500, Russia.  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8483-1332>  
E-mail: [klanvlad@mail.ru](mailto:klanvlad@mail.ru)

**Citation:** A. V. Klekovkin. Simulation of the motion of a propellerless mobile robot controlled by rotation of the internal rotor, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2020, vol. 30, issue 4, pp. 645–656.